

Université Paris Diderot  
Licence 1ère année

Premier semestre 2012-2013  
LM1 - Langage Mathématique

T.D. 2

---

**EXERCICE 5. (DM)**

On considère des propositions  $A_1, A_2, A_3$

- (b) Montrer que la proposition  $[(\neg A_1) \Rightarrow (\neg A_2 \Leftrightarrow (A_2 \Rightarrow A_1))]$  est une tautologie.
- (c) Montrer que la proposition  $[(A_1 \Rightarrow A_2) \Rightarrow ((A_2 \Rightarrow A_3) \Rightarrow (A_1 \Rightarrow A_3))]$  est une tautologie.

**EXERCICE 6. (DM)**

On considère trois nombres réels  $x, y$  et  $z$ .

- (a) Écrire un énoncé synonyme de « l'un des trois nombres  $x, y$  et  $z$  est nul et les deux autres sont de signes contraires » en utilisant exclusivement les lettres  $x, y$  et  $z$ , le symbole 0, les signes  $=$  et  $<$ , les connecteurs propositionnels  $\neg, \wedge, \vee$  et  $\Rightarrow$ , et les parenthèses.

Peut-on obtenir un énoncé synonyme plus court en s'autorisant un symbole supplémentaire ?

- (b) On suppose que l'énoncé de la question 1 est vrai, ainsi que les trois énoncés suivants :

(1)  $y = 0 \Rightarrow x > 0$

(2)  $x > 0 \Rightarrow x < 0$