

## MM1 – TD n° 6

**Exercice 1** — Calculer, si elles existent, les limites suivantes :

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2|x|}{x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2 - 4}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x^2 + 1) - 2\ln(x)$$

$$5. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - e^x}{1 + e^x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

**Exercice 8.** — On pose  $h(x) = x^2 - 3x + 2$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ . Quels sont les intervalles maximaux

réci-proque de  $h_0$ .

**Exercice 9.** — Montrer qu'un polynôme réel de degré impair a toujours au moins une racine réelle.

**Exercice 10 (Examen 2012).** — On considère la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$f(x) = \frac{1}{3}(1 + \cos(x))$$

et la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par :

$$u_0 = 0, u_{n+1} = f(u_n).$$

On note  $I = [0, 1]$ . *Attention : les trois dernières questions nécessitent le cours sur la dérivabilité des fonctions d'une variable réelle.*

1. Montrer que pour tout  $x \in I$ ,  $f(x) \in I$  et en déduire que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n$  est définie et appartient à  $I$ .

2. Montrer que l'équation  $x = f(x)$  admet une unique solution dans l'intervalle  $I$ .