

# Calcul Propositionnel

PF1 - 2012/2013

Exercice 1. Construire les arbres associés aux formules suivantes :

1.  $F_1 = a \cdot b + \neg c \cdot (a + b)$
2.  $F_2 = a \cdot b + c \cdot (a \oplus b)$
3.  $F_3 = \neg a \cdot b + c \cdot \neg(a \oplus b)$
4.  $F_4 = a \cdot b \Rightarrow \neg((c + b) \cdot (c \oplus b))$
5.  $F_5 = \neg a \cdot b + c \cdot \neg(a \oplus b)$
6.  $F_6 = \neg b \Rightarrow a + \neg(b \Leftrightarrow c) \cdot (a \oplus c)$
7.  $F_7 = a \Rightarrow \neg b + \neg(b \Leftrightarrow c) \cdot (a \oplus b)$
8.  $F_8 = ((\neg a + b) \cdot c) \Rightarrow (a \cdot \neg b)$

Mettre chacune de ces formules sous forme polonaise préfixe puis suffixe.

Exercice 2. L'implication est le connecteur logique binaire  $\Rightarrow$  défini par la proposition :

$$p \Rightarrow q \text{ si et seulement si } \neg p + q$$

L'implication est le connecteur logique binaire  $\Leftrightarrow$  défini par la proposition :

$$p \Leftrightarrow q \text{ si et seulement si } (p \Rightarrow q) + (q \Rightarrow p)$$

Construire les tables de vérité de l'implication et de l'équivalence.

Exercice 3. Construire les table de vérité de chacune des formules de  $F_1$  à  $F_8$ .

Exercice 4. Parmi les propositions suivantes, lesquelles sont des tautologies ? Des anti-logies ? Ni l'une ni l'autre ?

1.  $(p \cdot q) \Rightarrow q$
2.  $p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
3.  $(p \cdot (p \Rightarrow q)) \cdot (\neg q)$

Exercice 5. On définit les connecteurs **NOR** et **NAND** par leurs tables respectives :

<b>NOR</b>	V	F	<b>NAND</b>	V	F
V	F	F	V	F	V
F	F	V	F	V	V

Montrer que **NAND** n'est pas distributif sur **NOR**, c'est-à-dire que  $p \text{ NAND } (q \text{ NOR } r)$  n'est pas équivalente à  $(p \text{ NAND } r) \text{ NOR } (p \text{ NAND } r)$ .

Exercice 6. Donner les formes normales disjonctives de chacune des formules de  $F_1$  à  $F_8$ .