

Aucun document ou support autre que le sujet ou les copies d'examen n'est autorisé.  
(la copie ou les brouillons du voisin ne sont pas des supports autorisés).  
Éteignez impérativement vos mobiles.

Lorsque des calculs sont nécessaires, il est impératif de les présenter sur la feuille d'examen. Il est aussi nécessaire de justifier ses réponses.

## 1 Exercice

Soit les mots de 8 bits suivants  $m_1 = 11111111$  et  $m_2 = 00100100$ .

1. S'il s'agit de nombres non signés sur 8 bits, quelles sont leurs valeurs exprimées en base 10 ?
2. S'il s'agit de nombres signés en complément à deux sur 8 bits, quelles sont leurs valeurs exprimées en base 10 ?
3. S'il s'agit de nombres non signés sur 8 bits calculer leur produit en base 2 (le résultat doit être sur 16 bits).
4. S'il s'agit de nombres signés en complément à deux sur 8 bits, calculer leur produit en base 2 (résultat sur 8 bits). Quelle est la valeur obtenue exprimée en base 10 ?

## 2 Exercice

1989 restera dans l'histoire parce que de grands auteurs ont écrit une chanson intitulée «Ba be bi bo bu» (je vous laisse le soin de retrouver l'original). Les premières paroles sont :

Ba be ba ba be ba be ba ba be ba be bi bu bo whéééé haaa Hahahahahaha

Ba be ba ba be ba be ba ba be ba be bi bu bo whéééé et bien top moumoute

Un examen approfondi de la structure du texte, fait apparaître que les caractères utilisés n'ont pas tous la même fréquence d'apparition. On a donc décidé d'appliquer une méthode de compression pour essayer d'économiser de l'espace au codage de cette œuvre. Une petite transformation est d'abord appliquée qui donne le texte suivant :

ba be ba ba be ba be ba ba be ba be bi bu bo wheeee haaa hahahahahaha ba be ba ba be ba be  
ba ba be ba be bi bu bo

C'est sur ce texte qu'on travaillera par la suite. Attention, la frontière des mots étant importante pour le rythme de la poésie, on considère le caractère d'espacement comme un caractère à part entière (le retour à la ligne est considéré comme un caractère d'espacement comme les autres).

Répondre aux questions suivantes :

1. Donner la liste des caractères utilisés pour composer le texte.
2. Donner le nombre de caractères qui composent le texte.
3. Si l'on utilise un codage binaire de taille fixe pour chaque lettre employée, indiquer la longueur du codage des caractères.
4. Quelle serait la taille du texte encodé de cette façon ?
5. Indiquer le nombre d'occurrences de chaque caractère apparaissant dans le texte.
6. Construire un arbre de Huffman correspondant.
7. Donner le codage de Huffman obtenu pour le début du texte **ba be ba ba be**.
8. Quelle serait la longueur du texte encodé à l'aide du code de Huffman obtenu ?

## 3 Exercice

Vos enseignants ont décidé de communiquer avec vous à l'aide d'un système cryptographique (qu'ils vous déconseillent pour transmettre votre numéro de carte bleue sur Internet). L'idée est de réaliser quelques opérations élémentaires sur les bits qui constituent un caractère à transmettre. Les bits de rang pairs sont laissés à l'identique. Les bits de rangs impairs sont mélangés à l'aide d'un ou-exclusif avec les bits de rangs pairs de sorte que le bit de rang  $2p + 1$  du résultat  $r_{2p+1}$  soit égal à la somme exclusive du bit de rang impair correspondant du message d'origine  $m_{2p+1}$  et du bit de rang pair à sa droite  $m_{2p}$  :

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \dots & b_{2p+1} & b_{2p} & \dots & b_1 & b_0 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \dots & b_{2p+1} \oplus b_{2p} & b_{2p} & \dots & b_1 \oplus b_0 & b_0 \\ \hline \end{array}$$

On peut remarquer que la fonction de décodage est la même que la fonction de codage.

Le message codé qui a été transmis est le suivant (exprimé en valeur hexadécimale à 4 chiffres) : 00ec 00eb 00ec 00ef 00d2 00e5 00dc. On rappelle que les `char` Java sont codés sur 16 bits.

1. Choisir deux valeurs différentes dans la suite et donner leur valeur en binaire.
2. Décoder les deux valeurs en utilisant l'algorithme indiqué et donner les valeurs obtenues.
3. Sachant que le caractère `a` correspond à la valeur  $97_{(10)}$ , à quoi correspondent les deux caractères décodés ?
4. Écrire une fonction Java qui prend en paramètre un caractère et renvoie son codage/décodage. Son prototype devra être `char codeDecode(char c)`. Elle s'emploiera ainsi :

```
// le message secret
char [] codéArray = { 0x00ec, 0x00eb, 0x00ec, 0x00ef, 0x00d2, 0x00e5, 0x00dc };
char [] décodéArray = new char[codéArray.length];
for (int i=0; i<codéArray.length; i++) {
    décodéArray[i] = codeDecode(codéArray[i]); // décodage d'un caractère
}
// la chaîne fabriquée à l'aide d'un tableau de char
String décodé = new String(décodéArray);
System.out.println(décodé); // affichage
```

Préciser avec soin comment la fonction de codage/décodage est implémentée.

## 4 Exercice

On cherche à réaliser le système de contrôle d'un château d'eau qui fonctionne ainsi :

- le château possède 3 détecteurs de niveau de la cuve :  $d_1$ ,  $d_2$  et  $d_3$ . On sait que  $d_i$  est situé plus bas que  $d_j$  pour  $i < j$ . Si un détecteur est à l'air libre, sa fonction logique vaut 0, s'il est noyé sa fonction logique est 1.
- le remplissage s'effectue à l'aide de 3 pompes  $p_1$ ,  $p_2$  et  $p_3$ . Lorsque le niveau est inférieur à  $d_i$ , il faut actionner les pompes  $p_j$  pour  $j \geq i$ . Lorsque le niveau dépasse celui du détecteur  $d_i$ , la pompe  $p_i$  doit être arrêtée. Une pompe envoie de l'eau dans la cuve si sa fonction logique est 1 ; sinon elle ne pompe pas.
- les détecteurs sont parfois capricieux et fournissent de fausses mesures, par exemple un détecteur en bas qui indique qu'il est à l'air libre alors qu'un autre plus haut indique qu'il est sous l'eau. Dans ce cas, par mesure de prudence, on fermera toutes les pompes.

Répondre aux questions suivantes :

1. Fournir la table de vérité pour la fonction logique d'alimentation de chacune des pompes, *i.e.*  $P_i(d_1, d_2, d_3)$  pour  $i \in [1, 3]$  ;
2. On se propose de fabriquer un système d'alerte en cas d'incohérence des mesures. Fournir la table de vérité pour la fonction logique d'alerte, *i.e.*  $A(d_1, d_2, d_3)$ , qui vaudra 1 si les mesures sont incohérentes et 0 sinon ;
3. Simplifier chacune des fonctions, en utilisant la méthode de Karnaugh si nécessaire (si ce n'est pas nécessaire, justifier) ;
4. Fabriquer un circuit avec les entrées correspondant aux détecteurs et les sorties aux pompes et alerte en utilisant que des portes NON, ET et OU (avec un nombre quelconque d'entrées) ;
5. Fournir la table de vérité pour les fonctions logique d'alimentation des pompes en utilisant l'entrée des détecteurs **et** la fonction d'alerte, *i.e.*  $P_i^0(d_1, d_2, d_3, A(d_1, d_2, d_3))$  ;
6. Simplifier les nouvelles fonctions de contrôle d'alimentation des pompes ;
7. Fabriquer un circuit correspondant (attention à bien fournir en sortie les fonctions pour les pompes mais aussi pour l'alerte) et qui n'utilise que des portes NON, ET et OU (avec un nombre quelconque d'entrées).