

**Exercice 1 (Monnaie)** On lance trois pièces de monnaie. Quelle est la probabilité que toutes trois retombent du même côté, que ce soit pile ou face ?

**Exercice 2 (Monty Hall)** Le présentateur d'un jeu télé propose au candidat de choisir une parmi trois portes : l'une d'entre elles cache une voiture, les deux autres une chèvre. Une fois que le candidat a choisi une porte, le présentateur ouvre une des deux autres portes et lui montre qu'elle cache une chèvre. Ensuite, il lui offre l'opportunité de changer son choix. Que feriez-vous à la place du candidat ?

**Exercice 3 (Galilée)** Le savant demanda d'expliquer le fait que, bien que le nombre de triplets de nombres compris entre 1 et 6 de somme 9 est égal au nombre de tels triplets de somme 10, quand trois dés sont lancés, un 9 semble survenir moins souvent qu'un 10.

1. Écrire un programme qui simule le jet de trois dés un grand nombre de fois et renvoie la proportion des jets de somme 9 et celle de ceux de somme 10.
2. Répondre à Galilée.

\*\*\*\*\*

**Exercice 4** Soient  $A$  et  $B$  deux événements. Donner une expression, ainsi que le diagramme de Venn correspondant, de l'événement tel que :

1.  $A$  ou non  $B$  est réalisé,
2. ni  $A$ , ni  $B$  n'est réalisé.

**Exercice 5** Soient  $A$ ,  $B$  et  $C$  trois événements. Donner une expression, ainsi que le diagramme de Venn correspondant, de l'événement tel que :

1.  $(A \text{ ou } B)$  mais non  $C$  se réalise.
2. aucun des événements ne se réalise,
3. au moins deux des événements se réalisent,
4. exactement un des trois événements se réalise,

**Exercice 6** On jette une pièce de un euro, une pièce de cinq euro et un dé.

1. Décrire les éléments de l'univers  $\Omega$ .
2. Donner une expression explicite des événements suivants :
  - (a)  $A$  = "deux faces et un nombre pair apparaissent",
  - (b)  $B$  = "un 2 apparaît",
  - (b)  $C$  = "exactement une face et un nombre premier apparaissent"
3. Donner une expression explicite des événements :
  - (a)  $A$  et  $B$  se réalisent,
  - (b)  $B$  seulement se réalise,
  - (c)  $\overline{B}$  ou  $C$  se réalise.

**Exercice 7** Parmi les fonctions  $P$  suivantes, préciser celles qui définissent une probabilité sur  $\Omega = \{a_1, a_2, a_3\}$ .

1.  $P(a_1) = \frac{1}{4}$ ,  $P(a_2) = \frac{1}{3}$ ,  $P(a_3) = \frac{1}{2}$ ,
2.  $P(a_1) = \frac{1}{6}$ ,  $P(a_2) = \frac{1}{3}$ ,  $P(a_3) = \frac{1}{2}$ ,
3.  $P(a_1) = \frac{2}{3}$ ,  $P(a_2) = -\frac{1}{3}$ ,  $P(a_3) = \frac{2}{3}$ ,
4.  $P(a_1) = 0$ ,  $P(a_2) = \frac{1}{3}$ ,  $P(a_3) = \frac{2}{3}$ .

**Exercice 8** Soit  $P$  une probabilité sur  $\Omega = \{a_1, a_2, a_3\}$ . Calculer  $P(a_1)$  sachant :

1.  $P(a_2) = \frac{1}{3}$  et  $P(a_3) = \frac{1}{4}$ ,
2.  $P(\{a_2, a_3\}) = 2P(a_1)$ ,
3.  $P(a_1) = 2P(a_2)$  et  $P(a_3) = \frac{1}{4}$ ,
4.  $P(a_3) = 2P(a_2)$  et  $P(a_2) = 3P(a_1)$ .

**Exercice 9** On truque une pièce de monnaie de telle sorte que face a trois fois plus de chances de se produire que pile. Calculer  $P(F)$  et  $P(P)$ .

**Exercice 10** Soient  $A$  et  $B$  des événements vérifiant  $P(A) = \frac{3}{8}$ ,  $P(B) = \frac{1}{2}$  et  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ . Calculer :

1.  $P(A \cup B)$ ,
2.  $P(\overline{A} \cap \overline{B})$ ,
3.  $P(A \cap \overline{B})$ ,
4.  $P(\overline{A})$  et  $P(\overline{B})$ ,
5.  $P(\overline{A} \cup \overline{B})$ ,
6.  $P(B \cap \overline{A})$ .

**Exercice 11** Soient  $A$  et  $B$  des événements vérifiant  $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ ,  $P(\overline{A}) = \frac{2}{3}$ , et  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ . Calculer  $P(A)$ ,  $P(B)$  et  $P(A \cap \overline{B})$ .

**Exercice 12** Trois étudiants  $A$ ,  $B$  et  $C$  participent à une course.  $A$  et  $B$  ont la même probabilité de gagner et chacun d'eux a deux fois plus de chances de gagner que  $C$ . Calculer la probabilité que  $B$  ou  $C$  gagne.

**Exercice 13** On pipe un dé de telle sorte que les nombres pairs aient tous des chances égales d'apparaître, que les nombres impairs aient également tous des chances égales, et que chaque nombre pair ait deux fois plus de chances d'apparaître que n'importe quel nombre impair. Calculer la probabilité d'obtenir :

1. un nombre pair,
2. un nombre impair,
3. un nombre premier,
4. un nombre premier impair.

**Exercice 14** Un collectif comporte 5 étudiants de première année, 4 étudiants de deuxième année, 8 étudiants de troisième année et 3 de quatrième année. On choisit un étudiant au hasard pour représenter le collectif. Calculer la probabilité pour que l'étudiant soit :

1. un de deuxième année,
2. un de quatrième année,
3. un de troisième ou un de quatrième année.

**Exercice 15** On prend une carte au hasard dans un lot de 50 cartes numérotées de 1 à 50. Calculer la probabilité pour que le numéro de la carte tirée :

1. soit divisible par 5,
2. soit un nombre premier,
3. se termine par un 2.

**Exercice 16** Sur 100 personnes qui ont posé leurs candidatures à un poste de direction du service d'ingénierie d'une importante société industrielle, 55 ont une expérience en surveillance de projets, 35 ont un master d'ingénierie et 10 ont à la fois une expérience en surveillance de projets et un master. Quelle est la probabilité pour qu'une des 100 personnes, tirée au hasard, ait uniquement un master ?

**Exercice 17** On lance deux dés. Quelle est la probabilité qu'un des dés au moins tombe sur 6 ?

**Exercice 18** Un sac contient 30 boules, dont 5 sont blanches, 10 sont vertes et 15 sont rouges. On en tire trois en un seul tirage. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule de chaque couleur ?