

Durée 3 heures. Aucun document, ni appareil électronique de quelque sorte que ce soit, n'est autorisé.

Exercice 1 :

On vous propose de participer au jeu suivant pour la modique somme de dix euros. Votre objectif est de lancer deux dés dans le but que la somme des dés se rapproche au maximum de neuf sans dépasser cette valeur. Si vous obtenez exactement neuf, on vous rend vingt euros (vous gagnez donc dix euros). Si vous obtenez un total strictement supérieur à neuf, on ne vous rend rien. Si vous obtenez un total égal à n avec $2 \leq n \leq 8$, on vous rend n euros.

Question 1 : Précisez l'univers Ω , la probabilité P et la variable aléatoire G permettant de décrire cette situation.

Question 2 : Calculez votre espérance de gain à ce jeu.

Question 3 : Imaginons maintenant que vous ayez lancé les deux dés et obtenu un 3 et un 4 totalisant une somme de 7. On vous propose alors de relancer l'un des deux dés contre un paiement de deux euros supplémentaires. Déterminez l'option la plus intéressante (pour vous) parmi les trois suivantes :

- (1) refuser l'offre,
- (2) relancer le dé affichant 3,
- (3) relancer le dé affichant 4.

Question 4 : Étudiez la dépendance des événements suivants :

- A = le premier dé affiche 3 ,
- B = au moins un des deux affiche 6 ,
- C = le minimum est 3 ,
- D = la somme fait 9 .

Exercice 2 :

Une urne contient des boules portant des numéros et indiscernables au toucher. Il y a 14 boules portant le numéro 1, 8 boules portant le numéro 2, 5 boules portant le numéro 3 et 1 boule portant le numéro 4.

On tire une boule de l'urne, et on appelle X la variable aléatoire de valeur le numéro de cette boule.

Question 1 : Donner la loi de X . Calculer $E(X)$ et $V(X)$.

Sans remettre la première boule, on en tire une seconde, et on appelle Y la variable aléatoire de valeur la somme des numéros des deux boules tirées.

Question 2 : Donner la loi de Y . Calculer $E(Y)$.

Exercice 3 :

A chaque représentation de l'opéra *la flûte enchantée*, l'ensemble des 1 000 places disponibles sont réservées. Cependant, indépendamment les uns des autres, chaque personne ayant réservé a une chance sur 20 de ne pas venir, ce qui laisse des places libres à la dernière minute.

Question 0 : Quel est le compositeur qui a écrit *la flûte enchantée* ?

Question 1 : Donner la loi du nombre de places libres de dernière minute à une représentation, calculer son espérance et sa variance.

Question 2 : Majorer du mieux que vous pouvez la probabilité qu'il y ait au moins 100 places libres à la dernière minute.

Les places libres de dernière minute sont bradées à 10 euros au lieu de 100.

~~Tout ceux qui n'ont pas pu le spectacle, nous assister à chaque représentation.~~

d'obtenir l'une de ces places libres, mais il y a toujours 99 personnes qui attendent devant vous (ce qui veut dire qu'il faut qu'il y ait au moins 100 places libres à une représentation pour que vous puissiez y assister).

Question 3 : Chaque trajet pour aller à la salle d'opéra vous coûte 2 euros. En moyenne, valait-il mieux réserver la place à l'avance ou venir à la dernière minute jusqu'à obtenir une place bradée ?

Exercice 4 :