

Éléments de probabilité : interrogation 1

L2 informatique, groupe 3 – durée : 1h
Documents et calculatrice interdits

Le 15 février 2011

Exercice 1

Soient A et B deux événements.

1. Si $P(A) = 1/2$, $P(A \cup B) = 7/8$ et $P(A \cap B) = 1/4$, que valent $P(B)$, $P(\bar{A} \cap B)$ et $P(\bar{A} \cap \bar{B})$?
2. Si $P(A) = 3/5$ et $P(B) = 1/2$, donner le meilleur encadrement possible de $P(A \cap B)$ et de $P(A \cup B)$.
3. Supposons que $A \subseteq B$, $P(A) \neq 0$ et $P(B) \neq 1$. Dans ce cas, A et B peuvent-ils être indépendants ?
4. Si A et B sont indépendants, montrer que A et \bar{B} le sont aussi.

Exercice 2

On lance n fois un dé à 6 faces numérotées de 1 à 6.

1. Décrire l'univers et en donner le cardinal.
2. Calculer la probabilité d'obtenir au moins une fois un nombre ≥ 3 .
3. Calculer la probabilité d'obtenir exactement k fois un nombre pair, pour $k \in \{0, \dots, n\}$.
4. Combien de fois faut-il lancer ce dé pour avoir plus de 90% de chances d'obtenir au moins deux fois un nombre ≥ 4 ?

Exercice 3

Une urne contient j boules jaunes, r boules rouges et n boules noires. On effectue 3 tirages *sans remise* et on suppose $j \geq 3$, $r \geq 3$ et $n \geq 3$.

1. Décrire l'univers et en donner le cardinal.
2. Pour $i \in \{1, 2, 3\}$, soit A_i l'événement "obtenir une boule jaune au i -ème tirage". En utilisant le conditionnement par cas, calculer $P(A_3)$.
3. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule rouge à l'un au moins des trois tirages ?

Exercice 4

Les couples sans enfant représentent 30% des ménages ; les couples ayant exactement un enfant en représentent 20%, le reste étant des couples avec au moins deux enfants.

Quand on n'a pas d'enfant, on va au parc un jour donné avec probabilité 15% ; avec un enfant, cette probabilité est de 40% ; avec au moins deux enfants, cette probabilité est 60%.

1. Calculer la probabilité qu'un ménage pris au hasard aille au parc aujourd'hui.
2. Un ménage n'est pas allé au parc aujourd'hui : quelle est la probabilité qu'il ait au moins deux enfants ? En donner une valeur approchée.