

TD n°1

Ensembles

Exercice 1 Déterminer les ensembles suivants par compréhension :

1. l'ensemble des puissances positives de 2 ;
2. l'ensemble des coordonnées entières de points du plan contenus dans un cercle de centre $(0, 0)$ et de rayon 5.

Exercice 2 Définir les ensembles suivants :

1. $X = \{x \in \mathbb{N} / (x \geq 2) \Rightarrow (x \in \{1, 2, 3, 4, 5\})\}$.
2. $Y = \{y \in \mathbb{Z} / \forall s \in \{0, 1\}, (y > s) \Rightarrow (y > 4s)\}$.

Exercice 3 Soient A et B deux parties d'un ensemble E .

1. Exprimer $A \cup B$ et $A \setminus B$ en utilisant uniquement les opérations d'intersection et le complémentaire.
2. Exprimer $A \cap B$ et $A \setminus B$ en utilisant uniquement les opérations d'union et le complémentaire.

Exercice 4 Soient A et B deux parties d'un ensemble E . Montrez que :

1. $A \subset B \iff A \cup B = B \iff A \cap B = A \iff B^C \subset A^C$.
2. $A = B \iff A \cup B = A \cap B$.
3. $A \cup (A \cap B) = A$ et $A \cap (A \cup B) = A$ (lois d'absorption).

Exercice 5 Soient A et B deux parties d'un ensemble E . On note $A \Delta B$ la différence symétrique de A et B :

$$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$

Montrez que :

1. $A^C \Delta B^C = A \Delta B$,
2. $A^C \Delta B = A \Delta B^C$.