

Feuille de TD n° 3

Exercice 1 :

Construire un automate déterministe pour chacun des deux langages suivants :

- le langage \mathcal{L}_1 formé des mots contenant le facteur aba ;
- le langage \mathcal{L}_2 formé des mots terminant soit par le suffixe aa , soit par le suffixe abb .

Exercice 2 :

Soit le langage fini composé d'un seul mot $\mathcal{L} = \{\text{maman}\}$.

- Construire un automate reconnaissant le langage \mathcal{L}_{suff} des suffixes de \mathcal{L} , puis le déterminer.
- Même question pour le langage \mathcal{L}_{fact} des facteurs de \mathcal{L} .
- Même question pour le langage \mathcal{L}_{sous} des sous-mots de \mathcal{L} .

Reprendre cet exercice pour le langage fini $\mathcal{L}' = \{\text{papa; maman}\}$.

Exercice 3 : Union, intersection, complémentaire ...

Soit $\Sigma = \{a; b\}$, et soient deux langages

$$\mathcal{L}_1 = \{u \in \Sigma^* : |u| \equiv 0 \pmod{3}\}$$

$$\text{et } \mathcal{L}_2 = \{u \in \Sigma^* : u \text{ ne contient pas le facteur } a^2\}:$$

En utilisant les constructions vues en cours, construire les automates reconnaissant les langages suivants :

$$\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2 = \{u \in \Sigma^* : |u| \equiv 0 \pmod{3} \text{ et } u \text{ ne contient pas le facteur } a^2\}$$

$$\mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2 = \{u \in \Sigma^* : |u| \equiv 0 \pmod{3} \text{ ou } u \text{ ne contient pas le facteur } a^2\}$$

$$\overline{\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2} = \{u \in \Sigma^* : |u| \not\equiv 0 \pmod{3} \text{ ou } u \text{ contient le facteur } a^2\}$$

Exercice 4 : Digicode

On veut écrire 2 automates déterministes qui reconnaissent l'entrée du "mot de passe" d'un digicode. Il n'y a que des chiffres possibles en entrée. Le code est 11654.

1. Construire un automate qui arrive dans un état final pour toute séquence tapée qui finit par le bon code.
2. Construire un automate qui lit un code de taille 5, l'accepte si c'est le bon, refuse sinon, et permet ensuite de retenter sa chance.

Exercice 5 :

Montrer que si un langage \mathcal{L} est reconnaissable, alors le langage formé des préfixes de tout les mots de \mathcal{L} est lui aussi reconnaissable.

Exercice 6 :

Le langage miroir d'un langage est le langage $\mathcal{L} = \{u; u \in \mathcal{L}\}$, où $u = x_n :: x_1$ si $u = x_1 :: x_n$.

Décrire un procédé permettant de construire l'automate reconnaissant \mathcal{L} connaissant celui de \mathcal{L} .

Calculer ainsi le langage miroir du langage \mathcal{L} formé des mots commençant par *baa*