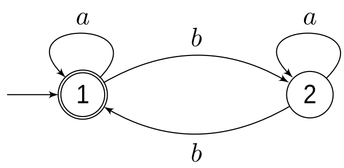
AF4 - Corrige du Contrôle TD 2

Exercice 1 : Expression vers automate

Donner un automate reconnaissant $(ba^*b + a)^*$. Tester sur cet automate la reconnaissance (ou non) des mots a, ba, bb, aba, $baba$.

Correction :



Exercice 2 : Automate vers expression

En utilisant l'algorithme de Mac Naughton et Yamada, donner une expression rationnelle decrivant le language reconnu par l'automate suivant :

- $Q = \{1 ; 2 ; 3\}$
- $A = \{a ; b\}$
- $I = \{1\}$
- $F = \{3\}$
- $= \{(1, a, 1); (1, b, 2); (2, a, 3); (2, b, 1); (3, a, 3); (3, b, 1)\}$

Correction :

$$
\begin{array}{lll}
W^0_{1;1} = a & & W^1_{1;1} = a + aa^*a \\
W^0_{1;2} = b & & W^1_{1;2} = b + aa^*b \\
W^0_{1;3} = \varnothing & & W^1_{1;3} = \varnothing \\
W^0_{2;1} = b & & W^1_{2;1} = b + ba^*a \\
W^0_{2;2} = \varnothing & & W^1_{2;2} = ba^*b \\
W^0_{2;3} = a & & W^1_{2;3} = a \\
W^0_{3;1} = b & & W^1_{3;1} = b + ba^*a \\
W^0_{3;2} = \varnothing & & W^1_{3;2} = ba^*b \\
W^0_{3;3} = a & & W^1_{3;3} = a
\end{array}
$$

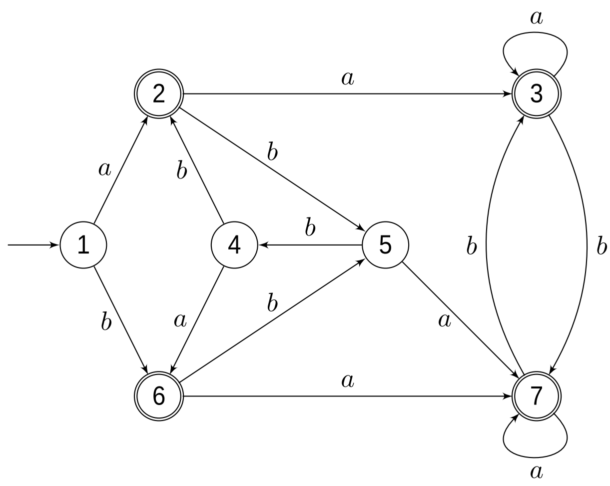
$$W^3_{1;3} = W^2_{1;3} + W^2_{1;3}(W^2_{3;3})^*W^2_{3;3}$$
$$W^2_{1;3} = W^1_{1;3} + W^1_{1;2}(W^1_{2;2})^*W^1_{2;3} = (b + aa^*b)(ba^*b)^*a$$
$$W^2_{3;3} = W^1_{3;3} + W^1_{3;2}(W^1_{2;2})^*W^1_{2;3} = a + (ba^*b)(ba^*b)^*a$$

Donc $\mathcal{L} = W^3_{1;3} = (b+aa^*b)(ba^*b)^*a+(b+aa^*b)(ba^*b)^*a(a+(ba^*b)(ba^*b)^*a)^*(a+(ba^*b)(ba^*b)^*a)$ qui se simpli e en

$$(a^*b)((ba^*b)^*a)^+$$

Exercice 3 : Equivalence de Nerode

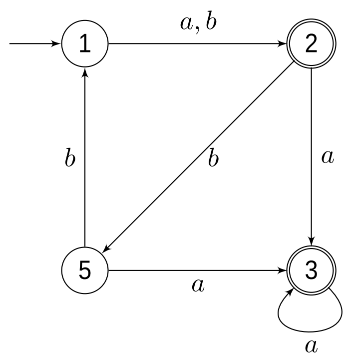
En utilisant l'algorithme de Moore, construire l'automate minimal decrivant le même langage que l'automate represente ci dessous :



Correction :

	1	2	3	4	5	6	7
$\sim_0$	1	2	2	1	1	2	2
a	2	2	2	2	2	2	2
b	2	1	2	2	1	1	2
$\sim_1$	1	2	3	1	5	2	3
a	2	3	3	2	3	3	3
b	2	5	3	2	1	5	3
$\sim_2$	1	2	3	1	5	2	3

$\sim_1 = \sim_2$



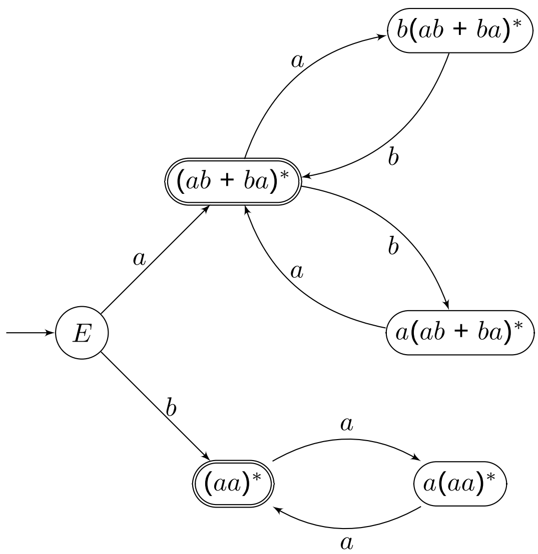
Exercice 4 : Calcul de residuels

Par la methode des residuels, calculer l'automate minimal reconnaissant l'expression :

$$E = a(ab + ba)^* + b(aa)^*$$

Correction :

$$\begin{array}{rcl}
a^{-1} \cdot E & = & (ab + ba)^* \\
a^{-1} \cdot (ab + ba)^* & = & b(ab + ba)^* \\
a^{-1} \cdot b(ab + ba)^* & = & \varnothing \\
a^{-1} \cdot a(ab + ba)^* & = & (ab + ba)^* \\
a^{-1} \cdot (aa)^* & = & a(aa)^* \\
a^{-1} \cdot a(aa)^* & = & (aa)^*
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rcl}
b^{-1} \cdot E & = & (aa)^* \\
b^{-1} \cdot (ab + ba)^* & = & a(ab + ba)^* \\
b^{-1} \cdot b(ab + ba)^* & = & (ab + ba)^* \\
b^{-1} \cdot a(ab + ba)^* & = & \varnothing \\
b^{-1} \cdot (aa)^* & = & \varnothing \\
b^{-1} \cdot a(aa)^* & = & \varnothing
\end{array}$$



E
$(ab + ba)^*$
$b(ab + ba)^*$
$a(ab + ba)^*$
$(aa)^*$
$a(aa)^*$
a
b