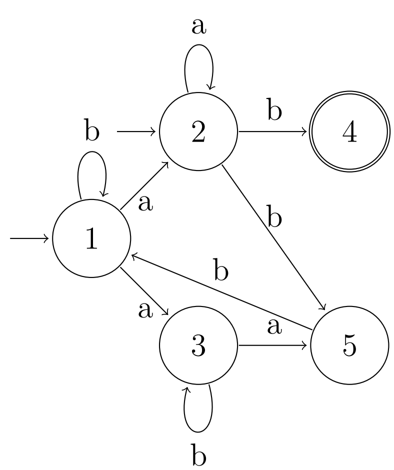
Université Paris 7-Denis Diderot
L2
Automates finis

Examen du 22 juin 2010
— Durée 3 h —
tous documents autorisés

Les exercices sont independants. Le bareme est indicatif.

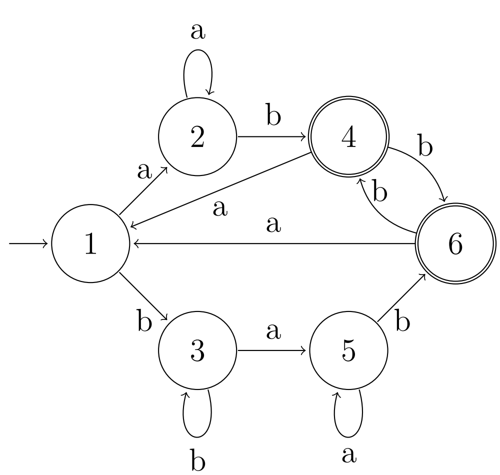
Exercice 1 (3 points)

Déterminiser l'automate fini :



Exercice 2 (4 points)

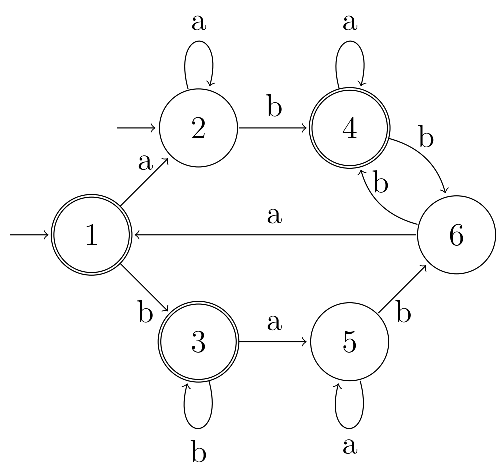
Calculer l'équivalence de Nérode pour l'automate fini :



En déduire l'automate minimal qui reconnaît le même langage.

Exercice 3 (5 points)

En utilisant l'algorithme de MacNaughton et Yamada (on explicitera les calculs), calculer le langage reconnu par l'automate fini :



Exercice 4 (4 points)

En appliquant l'algorithme de Glushkov, construire un automate fini qui reconnaît le langage L décrit par l'expression rationnelle :

$$(ab)^*c(a^*b^*c)^*$$

sur l'alphabet $A = \{a, b, c\}$.

Exercice 5 (7 points)

On considère sur l'alphabet $Z = \{a, b, x, y\}$ le langage $K = (ay^*x)^*(by)^*x(y^*x)^*$ et les deux morphismes $\varphi : Z^* \longrightarrow \{a, b\}^*$ et $\psi : Z^* \longrightarrow \{x, y\}^*$ définis par :
$\varphi(a) = a, \varphi(b) = b, \varphi(x) = \varphi(y) = 1$
$\psi(a) = \psi(b) = 1, \psi(x) = x, \psi(y) = y$
(ce sont des projections).

Question 1 : Dessiner un automate fini reconnaissant K. Transformer cet automate fini en un transducteur fini en remplaçant ses étiquettes (chaque lettre z dans Z) par les couples $\varphi(z), \psi(z)$ correspondant.

Question 2 : Donner 5 mots possibles en sortie lorsqu'on entre le mot a^2b^3. Calculer l'image du mot a^nb^p par la transduction rationnelle réalisée, c'est-à-dire le langage $\psi(\varphi^{-1}(a^nb^p) \cap K)$.

Question 3 : Donner l'image M du langage $L = \{a^nb^p \mid n \neq p\}$.

Question 4 : Démontrer que le langage $\bar{M}$ complémentaire de M n'est pas un langage reconnaissable.

Question 5 : En déduire que L n'est pas un langage reconnaissable.