

&RXUV Qf QRYH P EUH

[-HDQ \)UDQoRLV 3HUURW](#)

7RXW ODQJDJH UHFRQQDLVVDEOH SDU XQ DXWRPDWH ILQL HVW UpJXOLHU
7KpRUqPH GH .0HHQH

[&RQVUXFWLRQ G XQ DXWRPDWH UHFRQQDLVVDQWH ODQJDJH GRQQp SDU XQH H U](#)
[3UHPLHU H\[HPSOH](#)
[6HFRQG H\[HPSOH R• DSSDUDWORSpUDWXU G XQLRQ](#)

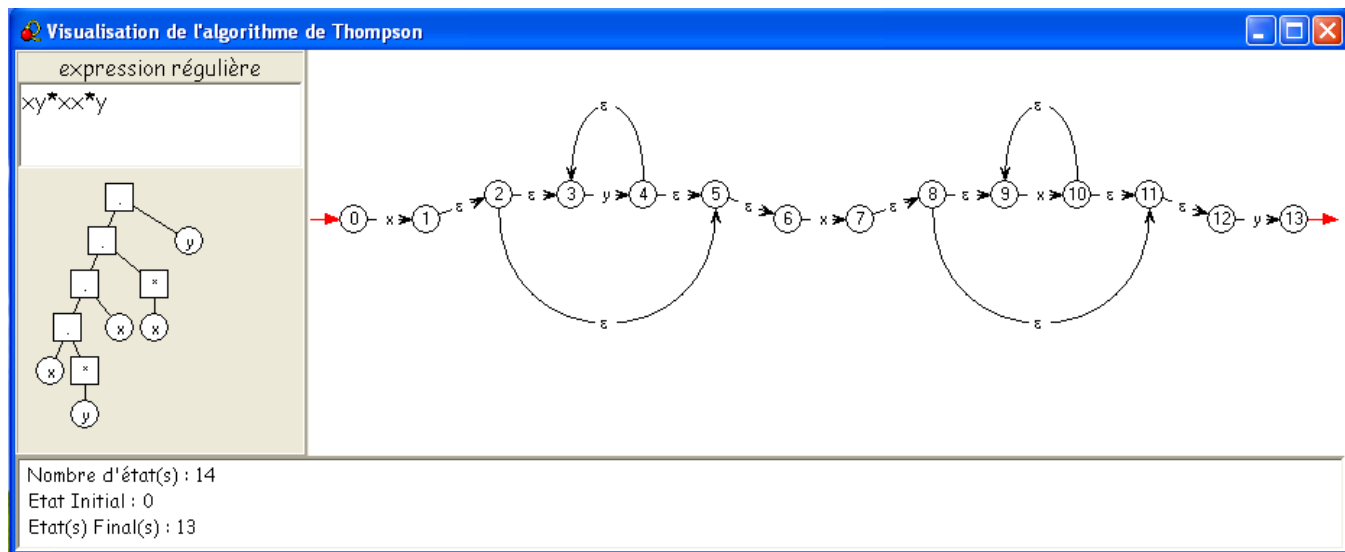
[5pFLSURTXHPhOW FROVWXUH XQH H U SRXU OH ODQJDJH UHFROOX SDU XQ DXWRPDWH ILQL](#)
[/ DJRULKPH GH OF 1 DXJKWRQ <DPDGD](#)

&RQVUXFWLRQ G XQ DXWRPDWH UHFRQQDLVVDQWH OH ODQJDJH GRQQp SDU XQH H U

8QH VHQH FROVUXFWLRQ GpFRXQH GHV UpVXQDW GX FRXUV Qf TXL GRQQHWSRXU OHV RSpUDWRQV XQLRQ SURGXLWHWpWRLOH
WRULV SURFpGpV SRXU FROVWXUH XQ DXWRPDWH UHFRQQDLVVDQWHXU UpVXQDWj SDUWH GHV DXWRPDWHV UHFRQQDLVVDQWHXU RSpUDQGHV
' DXWH SDUW OH ORJLFHO DXWRPDWH GDQV VRQ pIDSH GH *compilation* SURSRVH SDU GpIDWXQ SURFpGp GLW *algorithme de Thompson*
TXH QRXV DQRQV H[DPLQH LFL

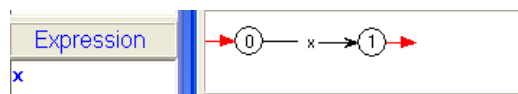
- 3UHPLHU H[HPSOH

&H SURFpGp GRQH GRQH SRXU OH[SUHVLRQ xy^*xx^*y



3RXYRQV QRXV LQWUSUpWHU FH FURTXLV " &RPSqWHPhOW

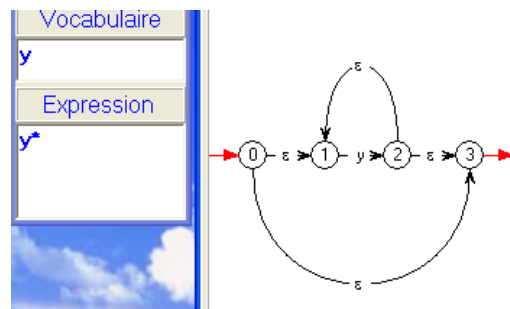
/D WDOVLVRQ ! SDU OD GHVH x FRUHVSRQJ j 0DXWRPDWH PLQLPD0 UHFRQQDLVVDQWH VLQJHWRQ ^x` DYHF WHUPLQD0



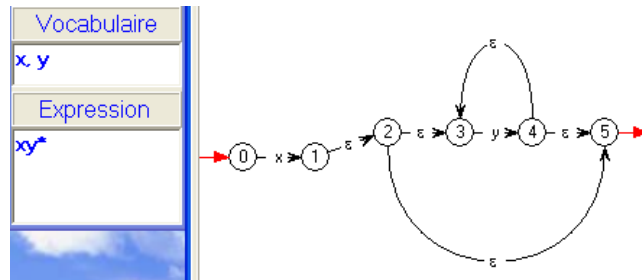
/D WDOVLVRQ ! SDU OD GHVH y FRUHVSRQJ j 0DXWRPDWH PLQLPD0 UHFRQQDLVVDQWH VLQJHWRQ ^y` DYHF WHUPLQD0

/H VRXV DXWRPDWH IRUP SDU OH pIDW HWGRQF H[DFWHPhOWFH TXH QRXV DXULRQV FROVWLWSRXU UHFRQQDWUH y*

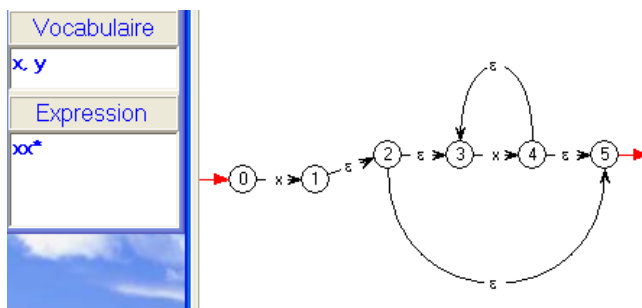
j FHFL Suqv TXH OD FROVUXFWLRQ GH 7KRPSVRQ DMRXH XQ pIDWWHUPLQD0 XQLTXH DWHLQWSDU GHV ε WDOVLVRQV j SDUWH GH QRQ pIDW WHUPLQDX[



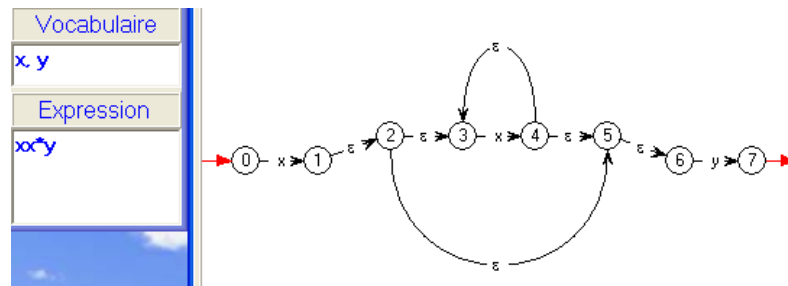
/ ε VUDQVLVLRQ ! HWVGROF ELHQ FHOOH TXL HVWSUpYXH SRXU UHFROQDWMH GH SURGXLUxy*



' H PrPH GH VRXV DXIRPDWH IRUPp SDU GHV pWDW j HVWH[DFWPHQWFH TXH QRXV DXULQV FROVWXLUWSRXU UHFROQDWMH xx*



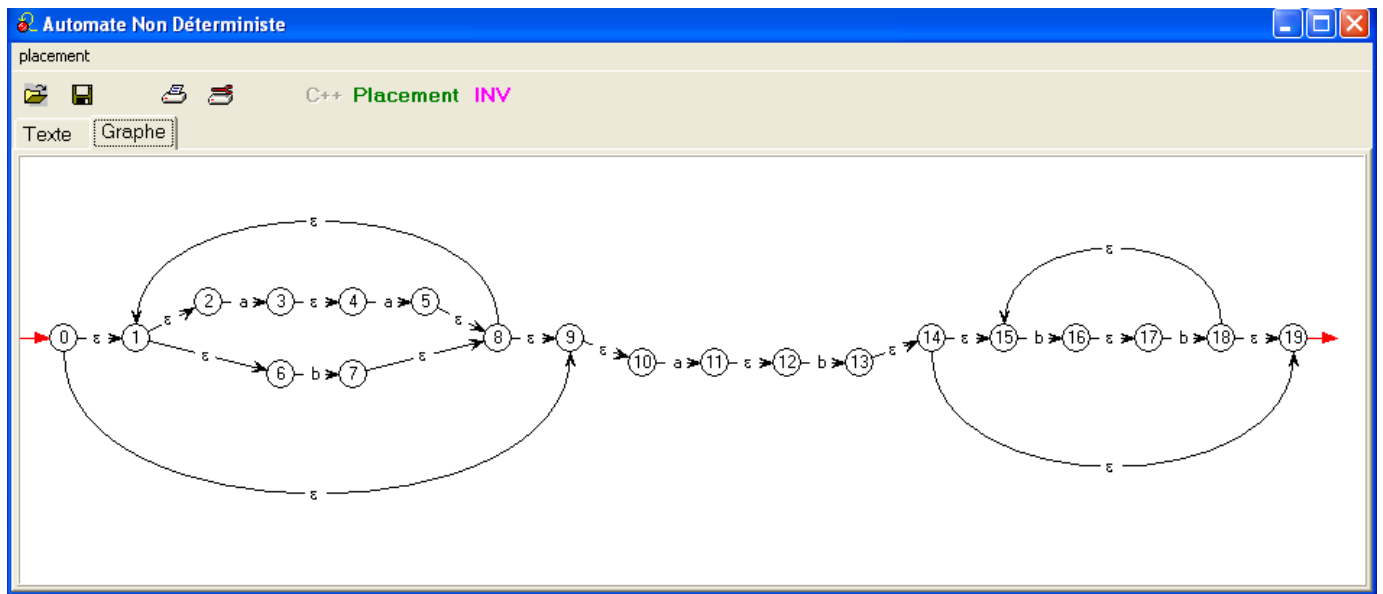
(WOD VUDQVLVLRQ ! SDU OD GHMHH y FRIUHVSROG j ODXIRPDWH PLQLPDO UHFROQDLWDQWH VLOJQHVRQ ^y`
HWH VRXV DXIRPDWH GH j UHFROQDWGROF xx*y



1 RXV YR\RQV GROF TXH ODOJRUUKPH GH 7KRPSVRQ Q HVWSDV WqV GLHpUHQWGH ODSQLFDWLRQ V\WpPDWTXH GHV SURFpGpV YXV DX [FRXUW](#)
GX PRLOV HQ ODEVHQFH GH ORSpUDWLRQ G XQLRQ FDU G j LO VXLWYUDLPHQWXQH DXMHH YRLH

- 6HFRQG H[HPSOH R• DSSDUDW 0 RSpUDWXXU G XQLRQ

1 RXV UHSUHQRV QRWH [H\[HPSOH VFRODUH](#) HQ QRWDWLRQ DFFHSWDEH SDU GH QRJLFHO *automate* $(aa|b)^*ab(bb)^*$



& HWGDOV OD SDUWH TXH VH VUWK OD QRXYHDXip

SDUWH GH aa^* HWGH b^*

OH ORJLFHO FRQVWXW $aa^* \cup b^*$

TXL Q HWSDV GX WRXWFH TXH SUpYRLWH FRXUV

3DV GH SURGXWGUHFWGHV HQVPEOHV G pNDW PDLV

- GHXU UpXQLRQ
- GHX[WDOVLURQV VSRQDQPHV G XQ QRXYHO pNDWLQWDO YHUV OHV GHX[pNDVLV LQWDX[
- XQ XQLTXH pNDWHPLODQ DWHLOWSDU GHX[WDOVLURQV VSRQDQPHV GHSXLV OHV pNDWV WHUPLODX[

%UHI XQ DXWRPDH QRQ GpWHUPLOLVH HWSRXUTXRL SDV "

' DOV OD PHVUH RX WRXWH OD FRQVWXFWURQ VH IDLWDYHF GX QRQ GpWHUPLOLVPH VDOV FKHFKHU j GpWHUPLOLVHU HWj UpGXWH j FKDTXH SDV FH SURFpGp VH NKVILH

/D VXWH GH OD FRQVWXFWURQ VXLWHV PrPHV QJQHV TXH QRWH SUHPHU H[HPSON

5 pLSURTXH PHQW FRQVWXLUH XQH H U SRXU OH ODQJDJH UHFROQX SDU XQ DXWRPDH ILQL

6L QRXV \ DUURYOV QRXV DXURQV PROp OpTXLYDQHF HQWH OHV GHX[SURSUpip être la valeur d'une e.r. HW être reconnu par un automate fini

pTXLYDQHF GXH DX JUDQG ORJLFHO DPpULFDLQ 6 & . OHQH HQ

,0 \ D SÖVLUXUV PpKRGHV SRXU HITHFKHU FWHV FRQVWXFWURQ TXL VROWSÖXV RX PRIQV HILFDFHV

1 RXV SUpVHQURQV LFL OD SÖXV GUHFHPHQWLQWLYH

/ DOJRULWK PH GH OF1DXJKWRQ <DPDGD

/H ODQJDJH UHFROQX SDU ODXWRPDH HWOD UpXQLRQ ILQL GHV ODQJDJHV REWHQXV HQ SUHODWXQ VHXO pNDWHPLODQ j OD IRLV

1 RWH DXWRPDH D\QWn pNDW QRXV QRXV FRQFHQWRQV GROF VXU OD FRQVWXFWURQ G XQH H U SRXU FKDFXQ GHV nî n ODQJDJHV

$L_{s,s'} \wedge w \in _s w s' \text{ IRUPp GH WRXV OHV PRW TXL HQYRLHOWXQ pNDWs TXHOFROTXH VXU XQ DXWH pNDWs'}$

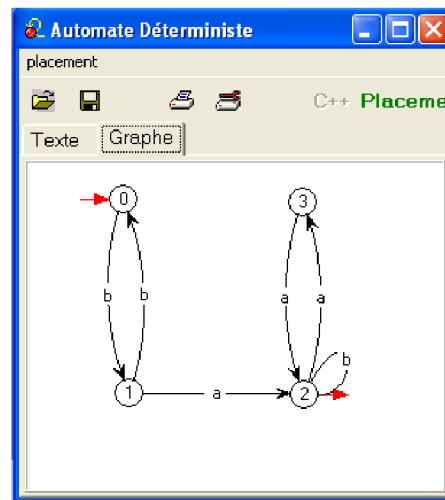
6L QRXV \ SDUYHORQV OH ODQJDJH UHFROQX SDU ODXWRPDH VHOD OD YDQXU G XQH UpXQLRQ ILQL G H U GROF G XQH H U

/ LGpH HWGH SURFpGHU SDV j SDV HQ SUHODWHQ FRPSWH XQ QRPEUH FURLVDQW G pNDW LQWHPpGLWUH HQWH s HWS'

/HV pNDW pNDQVXSSRPV OXPpURipV GH j n RQ FRPPHQFH SDU aucun pNDWLQWHPpGLWUH SXLV VHXOPHQW s_0 SXLV s_0 HW s_1 SXLV s_0 HW s_2 HW

/H ORJLFHO DXWRPDH SURSRVH XQH YLVXDQVURQ WqV SDUODWH GH FH SURFHVXV

/D YRLV VXU OD EDV GH ODXWRPDH HQYHUUp PLQLPDQ TXH QRXV DYROV YX DX FRXUV



On représente les 4×4 e.r. en construction par un tableau à double entrée : la case (ligne i , colonne j) contient l'e.r. des mots qui envoient s_i sur s_j en passant pas les états intermédiaires autorisés par l'étape en cours. Quand la case est vide le langage l'est aussi.

1. L'étape 0 correspond aux calculs qui ne passent par aucun état intermédiaire : c'est à dire aux transitions elles-mêmes.

Rang	états	0	1	2	3
0	0		b		
	1	b		a	
	2			b	a
	3			a	

2. L'étape 1 correspond aux calculs qui ne passent par qu'un seul état intermédiaire : c'est à dire aux transitions de longueur 2.

Rang	états	0	1	2	3
1	0				
	1				
	2				
	3				

4. L'étape 3 correspond aux calculs qui ne passent que par les états 0, 1 et 2.
On voit apparaître la boucle sur 2 par **b**, qui est aussitôt distribuée.

En effet, d'une manière générale, on calcule l'e.r. de l'étape 3 en fonction des e.r. de l'étape 2 comme suit :

Soit $E_{s,s'}$ l'e.r. décrivant les chemins de s à s' à l'étape 2, et $F_{s,s'}$ l'e.r. décrivant les chemins de s à s' à l'étape 3.

$F_{s,s'} = E_{s,s'} \cup E_{s,2} (E_{2,2})^* E_{2,s'}$, puisque pour aller de s à s' en ne passant que par 0, 1 et 2,

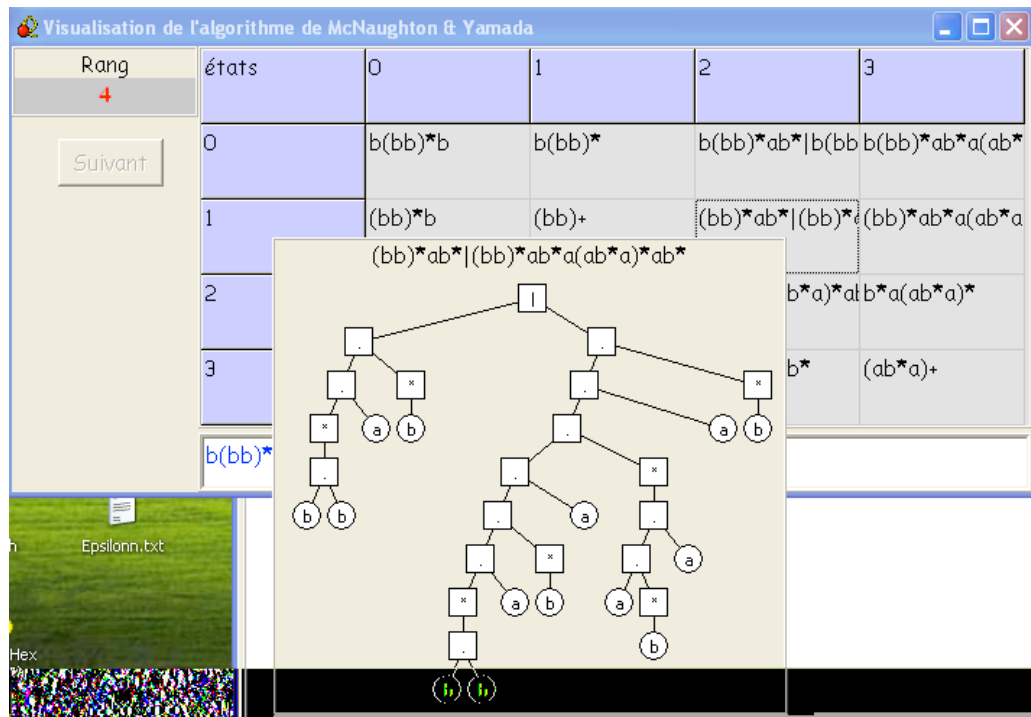
- soit on ne passe pas par 2, donc le chemin est dans $E_{s,s'}$
- soit on passe par 2, donc
 1. on y va une première fois par un chemin qui est dans $E_{s,2}$,
 2. on décrit un circuit autour de 2 qui est dans $E_{2,2}$, circuit que lon répète jusqu'à ce que ...
 3. on quitte 2 une dernière fois par un chemin qui est dans $E_{2,s'}$.

Ce raisonnement est général et vaut pour toutes les étapes.

	états	0	1	2	3
suivant	0	$b(bb)^*b$	$b(bb)^*$	$b(bb)^*ab^*b$	$b(bb)^*ab^*a$
	1	$(bb)^*b$	$(bb)^*$	$(bb)^*ab^*$	$(bb)^*ab^*a$
	2			b^*	b^*a
	3			ab^*	ab^*a

Rang	états	0	1	2	3
suivant	0	$b(bb)^*b$	$b(bb)^*$	$b(bb)^*ab^*b$	$b(bb)^*ab^*a$
	1	$(bb)^*b$	$(bb)^*$	$(bb)^*ab^*b$	$(bb)^*ab^*a$
	2			$b^*b^*a(ab^*a)^*$	$b^*a(ab^*a)^*$
	3			$(ab^*a)^*ab^*b$	$(ab^*a)^*$

&RPPH FHUMLQHV H[SUHVLRQV VRQWVRS ORQJXHV SRXU VpFULUH GDOV OHXUV FDVHV OH QRJLFHO RIUH XQH YLVDLVDLVRQ DPpLRUpH REWHQX HQ FOLTXDQGDQV OD FDVH TXH ORQ YHXWH[DPLOHU



(Wj OD ILQ GX FDOFXO OH UpVXONDWRILFLHO

Expression régulière

Vocabulaire

a, b

Expression

$b(bb)^*ab^*|b(bb)^*ab^*a(ab^*a)^*ab^*$

(VWLQ pYLGHQWTXH QRWH HWLDPDLVRQ SlpFpGHQW >IRQGpH VXU OH UHQYHUVPHQWGH $(aa|b)^*ab(bb)^*$
 HWFH UpVXONDWGRQQp SDU OD PDFKLQH RQWELHQ OD PrPH YDQXU "

& HWWj GLWH TXH $(bb)^*ba(aa|b)^*$ $b(bb)^*ab^*|b(bb)^*ab^*a(ab^*a)^*ab^*$ "

2Q D $(bb)^*ba$ $b(bb)^*a$ UHVWH GROF j GpPRQWHU TXH $b(bb)^*a(aa|b)^*$ $b(bb)^*ab^*|b(bb)^*ab^*a(ab^*a)^*ab^*$
 F HWWj GLWH TXH $(aa|b)^*$ $b^*|b^*a(ab^*a)^*ab^*$

- 0LOFOXVLRO GH GURLWH GDOV JDXFKH HWWIDFLQ j GURLWH OHV a YRQWRXMRXUV SDU
- 0LOFOXVLRO GH JDXFKH GDOV GURLWH HWWPRLQV pYLGHQW
 VRXWPRW GH $(aa|b)^*$ TXL FROLHQWDX PRLOV XQ a HQ FROLHQWDX PRLOV
 LO SHXWGRQF VH IDFWRULVHU HQ PDUTXDQW OH SUHPLHU HWOH GHUOLHU a VRUW b^S_a/ab^T
 FRPPH OH SUHPLHU a HWVXLYL G XQ a HWTXH OH GHUOLHU a HWVSlpFpGp G XQ a OH IDFWXU PpGLDQ f V LO Q HWVSDV YLGH
 GRUWRWH GH OD IRUPH aga VL fHWVYLGH RX VL g OH FROLHQWSRLQGH a OH PRW HWWELHQ GDOV OH PHPEUH GURLW
 6L g FROLHQWGHV a FHX[FL YRQWSDU HWHQ PDUTXDQW OH SUHPLqUH RFFXUHQFH g VH IDFWRULVHU HQ g $b^U_{aa}h$
 6L h OH FROLHQWSRLQGH a fHWVGH OD IRUPH aga $ab^V_{aab}a$ HWOH PRW HWWELHQ GDOV OH PHPEUH GURLW
 6L h FROLHQWGHV a OH PrPH UDLVRQHPHQW DSSQLTXH RQ SHXWGRQF SURFpGHU SDU UpFXUHQFH VXU OD ORQJXHU GH w

' RXWH] YRXV j SlpVHQWGH 0LQHOLJHQFH GHV PDFKLQHV "