

TD n°7

Logique de Hoare

Exercice 1 Dir, dans chacun des cas suivants, si l'affirmation satisfait la formule de Hoare.

1. $[x \mapsto 0] \models \{x = 0\} y := x + 1 \{y = 1\}$
2. $[x \mapsto 1] \models \{x = 0\} y := x + 1 \{y = 1\}$
3. $[x \mapsto 0] \models \{x = 0\} y := x + 1 \{y = 0\}$
4. $[x \mapsto 1] \models \{x = 0\} y := x + 1 \{y = 0\}$
5. $[y \mapsto 0] \models \{x = 1\} y := x + 1 \{y = 42\}$
6. $[x \mapsto 0, y \mapsto 1] \models \{x < 2\} y := x; x := 2; z := x * y \{z \leq 2\}$
7. $[x \mapsto 5, y \mapsto 4] \models \{y > 0\} \text{ while } 1 > 0 \text{ do } x := x + y; y := y + 1 \text{ od } \{x < 0\}$

Exercice 2 Dir, dans chacun des cas suivants, si la formule de Hoare est valide, satisfaisable ou non satisfaisable.

1. $\{x < 2\} y := x; x := 2; z := x * y \{z \leq 2\}$
2. $\{x > 0\} x := 0; y := 1; \text{ if } x > y \text{ then } z := y \text{ else } z := x \text{ fi } \{z > 0\}$
3. $\{(x > 0) \wedge (y > 0)\} \text{ while } 1 > 0 \text{ do } x := x + y; y := y + 1 \text{ od } \{x < 0\}$
4. $\{(y > 0) \wedge (z = y)\} x := 0; \text{ while } z > 0 \text{ do } x := x + z; z := z - 1 \text{ od } \{2 * x = (y * (y + 1))\}$

Exercice 3 Est-ce que la formule de Hoare :

$$\{\text{True}\} x := e \{x = e\}$$

est valide pour toute expression e ?

Exercice 4 Dir, dans chacun des cas suivants, pour quels programmes P la formule de Hoare est valide

1. $\{\text{True}\} P \{\text{True}\}$
2. $\{\text{False}\} P \{\text{False}\}$
3. $\{\text{False}\} P \{\text{True}\}$
4. $\{\text{True}\} P \{\text{False}\}$

Exercice 5 Trouvez une expression booléenne f qui rende valide les formules suivantes. Choisissez la formule f la plus "simple" (dans quel sens ?)

1. $\{f\} x := x + 2 \{x = 5\}$
2. $\{f\} x := y \{x = y\}$
3. $\{f\} y := 1; \text{ while } y > 0 \text{ do } y := y + x \text{ od } \{y = 2\}$
4. $\{x > 2\} x := x + 2 \{f\}$
5. $\{x > 0 \vee x < -1\} \text{ if } x > 0 \text{ then } x := x + 1 \text{ else } x := -x \text{ fi } \{f\}$