

## Examen

Jeudi 16 janvier 2014

**Motivations et recommandations.** On recommande de bien lire l'énoncé d'un exercice avant de commencer à le résoudre.

Tout document est autorisé. Tous les appareils électroniques (comme les téléphones portables, les

- $J_v(p_1 \wedge p_2) = J_v(p_1) * J_v(p_2)$
- $f_v(p_1 \vee p_2) = f_v(p_1) + f_v(p_2)$

On vous demande de :

1. Calculer  $f_v(p)$  où
  - $p = (x_1 \wedge \neg(x_2 \vee \neg x_3))$
  - $v = [x_1 \mapsto 1]$
2. Trouver une formule  $p$  et une affectation  $v$  telles que  $f_v(p) > \text{length}(p)$
3. Prouver par induction que  $|p|v = 0$  si et seulement si  $f_v(p) = 0$
4. En déduire que  $|p|v \leq f_v(p)$

**Exercice 2** Ravi souhaite préparer un repas de Noël pour ses collègues. Il propose les options suivantes :

- Entrée : velouté d'asperges aux langoustines, terrine de biche, toasts de caviar Béluga
- Plat : queues d'écrevisses au foie gras, rôti de pintade à la truffe, filets de sole à l'orange
- Dessert : bûche à la mangue, bûche à la noisette, bûche à l'orange

Il précise qu'il ne cuisinera qu'un seul menu (entrée, plat, dessert) pour tout le monde. Chaque

servira un menu possible.

(Note : langoustines, écrevisses, caviar et sole seront considérés ici comme appartenant à la catégorie poissons et fruits de mer ; biche, pintade et foie gras comme appartenant à la catégorie viande).

1. Définissez l'ensemble des variables propositionnelles que vous allez utiliser par la suite. Combien ces variables contiennent-elles de variables ? Expliquez ce que représente la vérité d'une de ces variables.
2. Exprimez par une formule propositionnelle en forme normale conjonctive :

3. Donner une formule en forme normale disjunctive équivalente à la formule (au choix) (a), (b), (c) ou (d).
4. Combien y a-t-il de menus différents satisfaisant aux exigences de tout le monde? Expliquez votre réponse de manière informelle.
5. Constantin annule sa participation au dîner. Y a-t-il maintenant davantage de menus possibles?

**Exercice 3** 1. Dire pour chacune des expressions booléennes suivantes si elle est

- une tautologie,
- ou valide mais pas une tautologie,
- ou pas valide.

Justifiez vos réponses en montrant la vérité-table ou en utilisant les lois de l'algèbre de Boole.