

## TD n 3

### Systèmes de connecteurs

**Rappel sur la notion de complétude d'un ensemble de connecteurs introduite en cours.** On peut formaliser cette notion comme suit : Un ensemble de connecteurs est complet si pour tout nombre naturel  $n$ , et pour toute fonction  $f$

$$f: \underbrace{\{0,1\} \times \dots \times \{0,1\}}_{n \text{ fois}} \rightarrow \{0,1\}$$

on peut trouver une formule propositionnelle  $p$ , avec  $V(p) = \{x_1, \dots, x_n\}$  qui « réalise »  $f$ , c'est-à-dire telle que

$$\llbracket p \rrbracket[x_1 \mapsto b_1, \dots, x_n \mapsto b_n] = f(b_1, \dots, b_n)$$

pour toutes les valeurs booléennes  $b_1, \dots, b_n \in \{0,1\}$ .

**Exercice 1** 1. Montrer que  $\neg, \wedge, \vee$  sont fonctionnellement complets.

2. Montrer que  $\neg, \rightarrow, \wedge$  sont fonctionnellement complets.

**Exercice 2** Montrer que l'ensemble de connecteurs  $\neg, \wedge, \vee$  n'est pas complet. Pour cela vous devez trouver une certaine fonction  $f$

$f$

, et pour tout