

TD n 0 - Correction

Syntaxe des formules

Exercice 1 Des “phrases” qui suivent, dites lesquelles ont une signification, lesquelles sont décidables (on peut les prouver ou les infirmer), et, le cas échéant, lesquelles sont vraies ou fausses. Justifiez les réponses.

1. xkjha hj hu h hvfc cfaf cf acf f a xjhxqytziu a xvdsxsqx.
2. Cette maison voiturerait manger du la cool.
3. Il brilguait les tôves lubricilleuxes gyrent en vrillant dans la guave.
4. Il y a de la vie en dehors du système solaire.
5. La quatrième symphonie de Brahms est plus belle que la troisième.
6. Le nombre 5 est plus petit que le nombre 4.
7. De main, le soleil se lèvera.
8. La France va se qualifier pour la coupe du monde de football de 2014.

Correction :

1. pas de signification : les mots ne sont pas reconnus (“erreur du lexer”).
2. pas de signification : la syntaxe de la langue française n’est pas respectée (“erreur du parseur”).
3. pas de signification : la syntaxe est correcte mais les mots n’ont pas de sens (pas de sémantique)
Note : brilgue, tôves, lubricilleux, gyrent, et guave n’existent pas en français ; ce sont en outre des mots-valises (un mot-valise est un néologisme formé par la contraction de plusieurs mots existants dans la langue : courriel = courrier + électronique ; codec = codeur + décodeur ; mais aussi informatique = information + automatique). La phrase constitue le début du poème Le Jabberwocky (ou Le Jaseroque) de Lewis Carroll (traduction de Frank L. Warrin).
4. est correcte, a un sens (vocabulaire et ordre des mots corrects), elle est bien soit vraie soit fausse, mais on ne sait pas si elle est vraie ou fausse : on n’a pas trouvé de trace de vie en dehors du système solaire (donc la phrase pourrait être fausse) mais on ne peut pas prouver qu’il n’y en a pas (donc la phrase pourrait être vraie)
5. est correcte mais n’a pas de sens précis : comment prouve-t-on qu’une chose est belle ? La beauté est subjective.
6. a un sens, et elle est fausse : 5 est plus grand que 4
7. a un sens mais n’est pas prouvable : elle porte sur le futur et la logique propositionnelle n’a pas de valeur temporelle
8. idem 7

Exercice 2 Déterminez si les mots suivants sont des formules mais surtout justifiez votre choix. Pour chaque terme, déterminez si elle est source d’ambiguïté :

- $p:q$
- (p)
- $(p \wedge p)$

- $p \wedge p$
- $p \wedge q \wedge r$
- $p \wedge q \wedge r _ s$
- $(p \wedge q \wedge r) _ s$
- $((p \wedge q) _ (p _ r))$

Correction :

- $p; q$: Non, elle contient le caractère « , ».
- (p) : Non, les parenthèses n'ont pas lieu d'être pour une formule sans conjonction ou disjonction.
- $(p \wedge p)$: Oui, c'est une formule construite à partir des règles 1 et 3.
- $p \wedge p$, Non, au sens strict, il ne s'agit pas d'une formule. Il s'agit cependant d'un raccourci syntaxique pour la formule précédente.
- $p \wedge q \wedge r$: Non, ce n'est pas une formule, mais un raccourci syntaxique pour $(p \wedge (q \wedge r))$. Il n'y a pas ambiguïté, la sémantique de cette formule étant indépendante du parenthésage choisi.
- $p \wedge q \wedge r _ s$: Non, il s'agit ici aussi d'un raccourci syntaxique et non d'une formule. Il y a ici ambiguïté, dans la mesure où $(p \wedge (q \wedge (r _ s)))$ et $((p \wedge q) \wedge r) _ s$ n'ont pas la même sémantique. Il faudrait définir une règle de *priorité* entre les opérateurs pour lever l'ambiguïté.
- $(p \wedge q \wedge r) _ s$: Non, il s'agit également d'un raccourci syntaxique. L'ambiguïté a été levée par rapport au mot précédent.
- $((p \wedge q) _ (p _ r))$: Oui, il s'agit d'une formule obtenue par applications successives des règles 1, 3, et 4.

Exercice 3 Dessiner l'arbre syntaxique des formules suivantes :

- p
- $p \wedge q$
- $((p \wedge q) _ r)$
- $((p \wedge q) _ (p _ r))$
- $((p \wedge q) _ r) \wedge ((p \wedge q) _ (p _ r))$
- $((p \wedge q) \wedge r) \wedge t$