

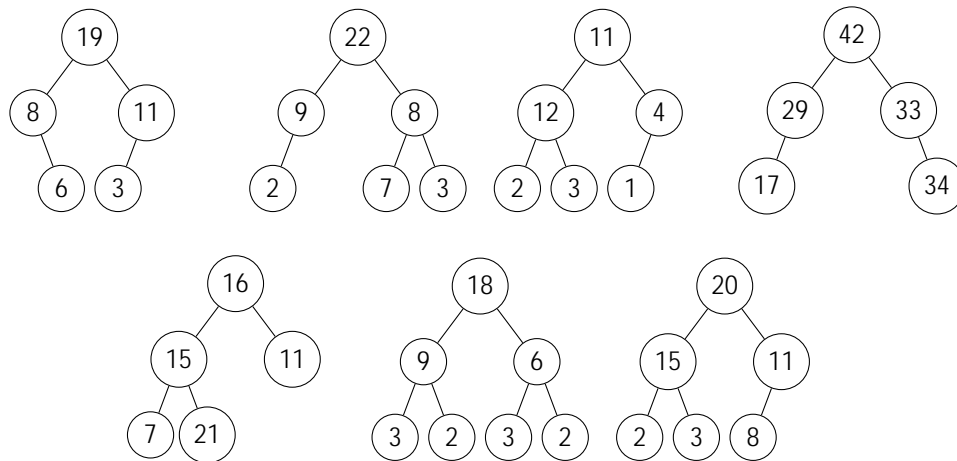
TD n°4

Tas

1 Exemples

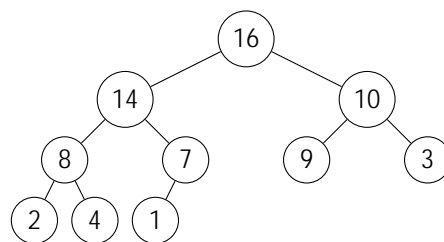
Exercice 1 [Exemples de tas]

Question 1. Parmi les arbres suivants, lesquels ne sont pas des tas? Pourquoi?



Question 2. Dessiner tous les tas possibles avec les éléments suivants : 1, 4, 7, 9.

Question 3. Entasser l'élément 11 dans le tas suivant :



Question 4. Supprimer l'élément 14 du tas de la question précédente.

Exercice 2 [Propriétés classiques des tas]

Question 1. Quels sont les nombres minimal et maximal de nœuds d'un tas de hauteur h ?

Question 2. Quelle est la hauteur d'un tas à n nœuds?

Question 3. Montrer que pour un sous-arbre quelconque d'un tas, la racine du sous-arbre contient la plus grande valeur parmi les nœuds de ce sous-arbre.

Question 4. Dans un tas où tous les éléments sont distincts, quelles sont les positions possibles pour le plus petit élément ?

Exercice 3 [Complexité sur les tas]

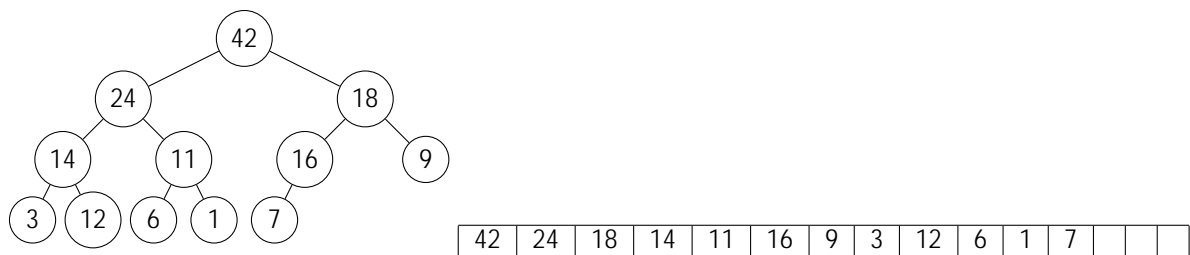
Question 1. Quelle est la complexité des algorithmes d'insertion et de suppression d'un élément dans un tas, en fonction de la hauteur du tas, puis de son nombre de nœuds ?

Une des utilisations classique des tas est le tri par tas. Son algorithme est le suivant : soit n entiers à trier, on les insère dans un tas initialement vide, puis on répète n fois l'opération de suppression de la racine. On a alors les entiers triés dans l'ordre décroissant.

Question 2. Quelle est la complexité de ce tri en moyenne et dans le pire des cas, en nombre d'appels aux opérations de base, puis en fonction de n ?

Exercice 4 [Représentation des tas en tableaux]

Un tas peut être efficacement représenté en utilisant un tableau, car c'est un arbre complet. On remplit le tableau de gauche à droite avec les clefs des nœuds de profondeur $0, 1, \dots, h$ pris de gauche à droite.



Question 1. Soit un tas représenté sous forme de tableau. Si i est la position d'un nœud ayant un fils droit et un fils gauche, quels sont les indices de ses fils ?

Inversement, soit i l'indice d'un nœud autre que la racine. Quel est l'indice de son père ?

Question 2. Le tableau

23	17	14	6	13	10	1	5	7	12
----	----	----	---	----	----	---	---	---	----

 représente-t-il un tas ?

Question 3. Comment se traduit la propriété de l'ordre sur les clefs des tas dans le cas des tableaux ?

Question 4. Montrer qu'avec cette représentation, les feuilles sont les nœuds indexés par $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1, \dots, n$.

Exercice 5 [Tas avec des arbres k-aires]

Au lieu d'utiliser des arbres binaires on souhaite utiliser des arbres k-aires.

Question 1. Énoncer le nouvel axiome (la propriété caractéristique) de ces nouveaux tas

Question 2. Comment les implémenter en utilisant un tableau ?

Question 3. Donner les algorithmes d'insertion, et de suppression de la racine, avec cette structure de données