Univ rsité Paris Did rot
Lic nc

Géni Logici l
Anné 2012-2013

Devoir

Chaqu p rsonn d vrait nvoy r l s solutions pour c s x rcic s par -mail à `konr d@lri.fr` avant l 03 mai 2013. Vous pouv z nvoy r d s fichi rs n format .pdf, .ps ou mêm d s docum nts scannés.

En cas d qu stions n'hésit z pas à contact r `konr d@lri.fr`.

Logique de Hoare

Exercice 1 Considérons l programm suivant :

Algorithm 1 Calcul r la racin carré

```
y1 := 0
y2 := 1
y3 := 1
while y3 ≤ x do
    y1 := y1 + 1
    y2 := y2 + 2
    y3 := y3 + y2
end while
```

Nous allons montr r av c l calcul d Hoar qu'il calcul la racin carré . Plus précisém nt, qu'il st parti ll m nt corr ct par rapport à la pré-condition $(x \geq 0)$ t à la post-condition $(y_1 * y_1 \leq x) \wedge ((y_1 + 1) * (y_1 + 1) > x)$.

App lons S_0 l sous-programm constitué d s 3 pr mièr s instructions, t S l sous-programm qui form l corps d la boucl **while**.

1. Calcul r l s val urs qu pr nn nt l s variabl s y_1, y_2 t y_3 au début d s pr mièr s xécutions du corps du **while**. Conj ctur r la val ur d y_2 t y_3 n fonction d y_1. On not p la conjonction d c s 2 égalités t d $(y_1 * y_1 \leq x)$.
2. p va êtr l'invariant d la boucl . C' st-à-dir qu l'on va montr r :

   $$\{p\}\ \textbf{while}\ (y_3 \leq x)\ \textbf{do}\ S\ \textbf{od}\ \{p \wedge \neg(y_3 \leq x)\}$$

   n utilisant la règl d'infér nc du **while**. Ecrir la prémiss qu l'on doit utilis r, t la montr r par l calcul d Hoar (indication : partir d la post-condition pour trouv r l s conditions int rmédiair s).
3. Montr r par l calcul d Hoar qu p st vérifié après l s 3 pr mièr s instructions du programm , sous la condition $(x \geq 0)$. C' st-à-dir , montr r qu $x \geq 0 S_0 p$ st valid .
4. Conclur .

Exercice 2 App llons S l programm suivant :

Algorithm 2 Calcul r $x \cdot y$

```
prod := 0
a := x
b := y
while b > 0 do
   while (b % 2) == 0 do
      b := b=2
      a := 2 * a
   end while
   prod := prod + a
   b := b − 1
end while
```

Prouv r qu la formul $\{x \geq 0 \wedge y \geq 0\} S \{prod = x * y\}$ st valid .

Réseau de Petri

Exercice 3 Soit l'algorithm d' xclusion mutu ll suivant :

Algorithm 3 Algorithm d' xclusion mutu ll

```
bit wantP1 = 0; bit wantP2 = 0;
int turn = 1; // 1 pour P1, 2 pour P2
proc ss P1(){
   while true do
      non_critiqu _1 ;
      wantP1 = 1;
      while (wantP2 == 1) do {
         if (turn == 2){
            wantP1 = 0;
             while (turn! = 1);
            wantP1 = 1;
         }
      }
      critiqu _1 ;
      turn = 2;
      wantP1 = 0;
   }
}
```

1. Modélis r l comport m nt d P1 av c un rés au d P tri.
2. Sachant qu l comport m nt d P2 st symétriqu , donn r un born sur l nombr d marquag s acc ssibl s dans l graph d marquag s pour l comport m nt total d l'algorithm .
3. Expliqu r n p u d mots la différ nc ntr c t algorithm d' xclusion mutu ll t l'algorithm vu n TD 7.

Preu es par induction sur les séquences

On considèr l typ d s séqu nc s d' nti rs Seq[$\mathbb{Z}$] dont l s construct urs sont :

- la séqu nc vid : Seq[$\mathbb{Z}$],