TD de Logique n° 9

Calcul des prédicats : Résolution

Exercice 1 (Résolution)

1. En utilisant l système d pr uv par résolution, montr z qu l' ns mbl d formul s suivant s, où a st un constant , st insatisfaisabl :

$$\begin{aligned}\{ \quad & \exists z.\ (q(f(z)) \wedge s(f(z), a)),\\ & \forall x.\forall y.\neg\exists z.\ (p(x,y) \wedge s(x,z)),\\ & [q(x) \wedge \exists y.(s(x,y))] \rightarrow [\exists y.(r(y) \wedge p(x,y))]\}\end{aligned}$$

2. Montr z, toujours av c la résolution, qu la formul suivant , où a st un constant , st valid :

$$[\forall x.(p(a) \wedge (p(x) \rightarrow p(f(x))))] \rightarrow [\exists x.\ p(f(f(x)))]$$

Exercice 2 (Test d'occurrence, renommage et factorisation)

(a) Nécessité du test d'occurrence dans l'unification (*occur check*) :

(i) Donn z un modèl d la formul $(\forall x\ p(x,x)) \wedge (\forall y\ \neg p(y, f(y)))$.

(ii) Trouv z l' rr ur dans l raisonn m nt suivant :
En unifiant $p(x,x)$ av c $p(y, f(y))$, on trouv l'unificat ur principal $\{x/y,\ y/f(y)\}$. Donc c' st unifiabl , t on obti nt la claus vid par résolution.

(b) Nécessité du renommage :

Soit la formul $\forall x\ (p(x) \wedge \neg p(f(x)))$. Sa form clausal st $\{p(x),\ \neg p(f(x))\}$. Trouv z l' rr ur dans l raisonn m nt suivant :
Puisqu'on n p ut pas unifi r $p(x)$ t $p(f(x))$ à caus du t st d'occurr nc , on n p ut pas déduir la claus vid par résolution à partir d $\{p(x), \neg p(f(x))\}$ t donc l' ns mbl d formul s st satisfaisabl .

(c) Nécessité de la factorisation :

1. Qu p ut-on dir d la formul suivant ?

$$[(\forall x\ p(x)) \vee (\forall x'\ p(x'))] \ \wedge\ [(\forall y\ \neg p(y)) \vee (\forall y'\ \neg p(y'))]$$

2. P ut-on, à partir d s d ux claus s $\{p(x) \vee p(x'),\ \neg p(y) \vee \neg p(y')\}$, dériv r la claus vid n utilisant la méthod d résolution sans utilis r la règl d factorisation ?