

TD de Logique n° 11

Unification

Exercice 1 Les lettres sont des symboles de fonction, les autres sont des variables. Appliquez l'algorithme d'unification aux problèmes suivants :

1. $((())) = (() ())$
2. $(() ()) = ()$
3. $(() (())) = ((()) ())$
4. $(()) = (((())))$
5. $(()) = (() (()))$
6. $(() (())) = ((()) ((())))$
7. $((()) ()) = (() ())$
8. $(() () () ()) = (() () () ())$

Exercice 2

1. Montrez que $\tau_1 = \{ \leftarrow () \leftarrow \leftarrow \}$ et $\tau_2 = \{ \leftarrow () \leftarrow \leftarrow \leftarrow \}$ sont égaux à un renommage près, i.e. qu $\tau_1 \sim \tau_2$.
2. Soient $\tau_1 = \{ \leftarrow () \leftarrow \leftarrow \}$ et $\tau_2 = \{ \leftarrow \leftarrow () \leftarrow \leftarrow \}$. A-t-on $\tau_1 \leq \tau_2$? A-t-on $\tau_2 \leq \tau_1$? A-t-on $\tau_2 \sim \tau_1$?

Exercice 3 (Correction)

1. Montrez la correction de l'algorithme d'unification. Pour cela
 - (a) montrez que si on transforme un problème \mathcal{P} en un problème \mathcal{S} , les unificateurs de \mathcal{P} sont les mêmes que ceux de \mathcal{S} . Vous raisonnerez par induction.
 - (b) Montrez également que si le problème \mathcal{P} est normalement résolu, c'est bien l'unificateur principal de \mathcal{P} qui est obtenu.
2. La condition de bord de la règle « orienter » est-elle nécessaire pour assurer la correction ?
3. Même question pour chacun des deux conditions de bord de la règle « remplacer ».

Exercice 4 (Terminaison)

1. Montrez la terminaison de l'algorithme d'unification. Pour cela, on considérera l'ordre lexicographique sur le triplet :

$$\langle \text{nb. de variables non résolues} \quad \text{taille du problème} \quad \text{nb. d'équations} \quad = \rangle$$

où

- *nb. de variables non résolues* désigne le nombre de variables non résolues qui apparaissent dans le problème. Une variable est résolue dans un problème si elle apparaît dans une équation de ce problème, sans apparaître ni dans ni dans aucun autre équation du problème.

- *taille du problème* désigne le nombre total de variables et de symboles et fonctions qui apparaissent dans le problème. (Chaque occurrence d'un même symbole compte pour 1).
 - *nb. d'équations* = désigne le nombre d'équations de la forme $=$ où n n'est pas une variable qui figure dans le problème, pouvant être une variable.
2. La condition de bord de la règle « orienter » (qui impose que le membre gauche de l'équation à orienter n'est pas une variable) est-elle nécessaire pour assurer la terminaison ?
 3. Même question pour chacun des deux conditions de bord de la règle « remplacer ».