

Devoir Maison de Logique n° 4

Systèmes de preuve pour le calcul des prédicats

Le devoir est à rendre à vos encadrants de TD la semaine du 5 mai 2014.

Dans ce devoir, les symboles de prédicat sont notés au moyen de lettres capitales $P; Q; V; C; A; E; \dots$.

Exercice 1

Donner une dérivation dans \mathcal{G} pour chacun des séquents suivant :

1. $\vdash \forall x(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x))$
2. $\vdash \exists x P(x) \rightarrow \neg \forall x \neg P(x)$
3. $\vdash \exists x(P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x) \rightarrow \exists x Q(x))$

Exercice 2

Appliquez la résolution à l'ensemble de clauses suivant :

1. $P(z'; z') \vee \neg Q(z)$
2. $\neg P(a; y)$
3. $P(x'; b) \vee Q(f(x'; x))$

Exercice 3

1. Mettre en forme clausale l'ensemble de formules suivant :
 - (a) $\forall x(V(x) \rightarrow (C(x) \vee (\exists y(A(x; y) \wedge P(y))))))$
 - (b) $\exists x(E(x) \wedge V(x) \wedge \neg(\exists y A(x; y) \wedge (\neg E(y))))$
 - (c) $\forall x(E(x) \rightarrow \neg C(x))$
 - (d) $\neg \exists x(E(x) \wedge P(x))$
2. Appliquez la résolution à l'ensemble de clauses obtenu afin de montrer que la conjonction des énoncés (a) à (c) entraîne la négation de l'énoncé (d).