

## Devoir Maison de Logique n° 3

### Calcul des prédicats

**Exercice 1** Exprimez en français (ou anglais ou allemand) le sens des formules logiques suivantes (le prédicat  $deteste(x, y)$  signifie que “ $x$  déteste  $y$ ”,  $joe$  est une constante) :

1.  $\forall x. deteste(joe, x)$
2.  $\forall x. \exists y. deteste(x, y)$
3.  $\forall x. \forall y. deteste(y, x)$
4.  $\exists x. deteste(x, joe)$
5.  $\exists x. \forall y. deteste(y, x)$
6.  $deteste(joe, joe)$
7.  $\neg deteste(joe, joe)$

**Exercice 2** On se donne un ensemble de variables  $\mathcal{X} = \{x, y, z\}$  et une signature  $\Sigma$  avec  $\Sigma_F = \{f/2, g/1, a/0\}$  et  $\Sigma_P = \{p/2, q/1\}$ . Pour les objets suivants indiquez si ils sont des termes (dans  $\mathcal{T}_{\mathcal{X}}$ ), des atomes (dans  $\mathcal{A}_{\mathcal{X}}$ ) ou des formules (dans  $\mathcal{F}_{\mathcal{X}}$ ) ou plusieurs ou aucun des trois.

1.  $f(a, a)$
2.  $p(a, a)$
3.  $g(q(a))$
4.  $\forall x. (q(x) \vee p(y, a))$
5.  $\exists x. (p(x) \vee q(x))$
6.  $\forall x. (\exists y. (g(x) \vee q(a)))$
7.  $a \vee b$
8.  $g(f(a, a))$

Soit  $\mathcal{I} = \langle \mathcal{D}, F_{\mathcal{D}}, P_{\mathcal{D}} \rangle$  une interprétation de la signature  $\Sigma$  donnée par  $\mathcal{D} = \{0, 1, 2\}$ ,  $\mathcal{I}(a) = 2$ ,  $\mathcal{I}(g) = \{0 \mapsto 1, 1 \mapsto 0, 2 \mapsto 0\}$ ,  $\mathcal{I}(f) = \{(0, 0) \mapsto 1, (0, 1) \mapsto 2, (0, 2) \mapsto 0, (1, 0) \mapsto 2, (1, 1) \mapsto 0, (1, 2) \mapsto 1, (2, 0) \mapsto 1, (2, 1) \mapsto 1, (2, 2) \mapsto 0\}$ ,  $\mathcal{I}(p) = \{(0, 0), (1, 1), (1, 2)\}$  et  $\mathcal{I}(q) = \{0, 2\}$ .

Donnez ( ) 1 10 0 1 0 2 2