TD de Logique n° 13

Révision

Exercice 1 [**Modélisation et preuve**] Formalis r l s phras s suivant s n calcul d s prédicats (Comm nc r n donnant l s prédicats utilisés) :

1. Chaqu garçon ou fill st un nfant (Ev ry boy or girl is a child).
2. Chaqu nfant r çoit un poupé ou un train (Ev ry child g ts a doll or a train).
3. Aucun garçon n r çoit d train (No boy g ts a train).
4. Si aucun nfant n r çoit d poupé , alors il n'y a pas d garçons (If no child g ts a doll, th n th r ar no boys).

Montr r av c la méthod d votr choix qu 4. st un conséqu nc logiqu d 1. à 3.

Exercice 2 [**Unification**] Pour l s problèm s d'unification suivants donn r un unificat ur principal s'il xist , ou indiqu r qu'il n'y n a pas. u, x, y, z sont d s variabl s, t a, b, c d s constant s. Détaill r l'application d l'algorithm d'unification pour chaqu problèm .

1. $p(f(y,z),c,x) \doteq p(f(z,g(b,x)),c,g(b,y))$
2. $p(y,x,y) \doteq p(a,z,z)$
3. $p(f(y),y) \doteq p(u,f(u))$

Exercice 3 [**Résolution**] Montr r n utilisant la résolution qu l' ns mbl d claus s suivant st contradictoir (x, y, z, u sont d s variabl s, a, b d s constant s, f un symbol d fonction d'arité 2, g un symbol d fonction d'arité 1 t p, q, r d s symbol s d prédicats) :

$$\{q(y) \vee p(g(y)) \vee r(f(y,z)), p(a), \neg p(x) \vee \neg q(f(x,b)), \neg p(g(f(g(f(a,b)),b))), \neg r(u)\}$$

Exercice 4 [**Gentzen**] On considèr un langag du pr mi r ordr , où $p/1$ t $q/1$ sont d s symbol s d prédicat. En utilisant l systèm d G ntz n pour l calcul d s prédicats, démontr r qu l s formul s suivant s sont valid s :

1. $(\forall x\ p(x)) \to (\exists x\ p(x))$
2. $(\forall x\ p(x)) \to (\forall y\ p(y))$
3. $(\exists x\ (p(x) \wedge q(x))) \to \exists x\ p(x)$
4. $(\forall x\ (p(x) \wedge q(x))) \to \forall x\ p(x)$
5. $(\forall x\ (p(x) \wedge q(x))) \to (\forall x\ (p(x) \vee q(x)))$

Exercice 5 [**Sémantique**] On considèr un signatur av c $_F = \{a/0, b/0, g/2\}$ t $_P = \{p/2, r/1\}$. Soit l'int rprétation $\mathcal{I}$ donné par l domain $D = \{0,1,2,3,4\}$, $\mathcal{I}(a) = 3$, $\mathcal{I}(b) = 4$, $\mathcal{I}(g)(x,y) = (x+y)\ mod\ 4$ ($u\ mod\ 4$ st l r st d la division ntièr d u par 4), $\mathcal{I}(p) = \{(0,1),(1,2),(2,3),(3,1),(4,4)\}$ t $\mathcal{I}(r) = \{2,4\}$.

Indiqu r si $\mathcal{I}$ st un modèl pour l s formul s suivant s. Justifi r votr répons pour 4.

1. $\forall x\ (r(x) \wedge r(b))$
2. $\exists x\ (p(x,a) \wedge r(x))$
3. $\forall x\ \exists y\ ((p(x,y) \wedge r(x)) \rightarrow q(g(x,y)))$
4. $\exists y\ ((\forall x\ p(x,y)) \rightarrow (\forall x\ r(x)))$

$\mathcal{I}$ n' st pas un modèl d la formul $A = \forall x\ \forall y\ (p(x,y) \rightarrow p(x, g(x,y)))$. Modifi r $\mathcal{I}$ pour qu' ll d vi nn un modèl d A.

Exercice 6 [Unification] Au li u d'unifi r d ux t rm s, on souhait unifi r un ns mbl d t rm s. Soi nt $\mathcal{X}$ un ns mbl d variabl s t un signatur . Étant donné un ns mbl $S \subseteq \mathcal{T}_{,X}$ (d taill ≥ 2) d t rm s, on v ut obt nir un unificat ur σ d sort qu'il y ait un t rm $t \in \mathcal{T}_{,X}$ t l qu pour tout $t' \in S$, on a $\sigma(t') = t$ (égalité syntaxiqu). Donn r un algorithm d'unification (qui r nvoi un σ s'il xist ou éch c sinon) pour c problèm . Ex mpl : pour $\{g(x,y), g(a,u), g(z,b)\}$, l'algorithm r nvoi $\sigma = \{x \leftarrow a, y \leftarrow b, u \leftarrow b, z \leftarrow a\}$. En quoi c tt notion d'unification p ut êtr util dans la résolution ?