

## Devoir Maison de Logique n° 1

## Induction et logique propositionnelle

**Exercice 1** Pour une formule propositionnelle  $A$ ,  $\#_{\text{let}}(A)$  est le nombre d'occurrences des lettres propositionnelles qui paraissent dans  $A$  et  $\#_{\wedge}(A)$  le nombre d'occurrences de l'opérateur  $\wedge$  dans  $A$ .

- Définir par récurrence ces deux fonctions
- Montrer par induction que pour toute formule propositionnelle  $A$  :

$$\#_{\text{let}}(A) \geq \#_{\wedge}(A) + 1$$

**Exercice 2** Dire pour chacune des formules suivantes si elle est valide ou pas. Justifiez vos réponses : si vous pensez que la formule est valide, montrez la table de vérité, si vous pensez que la formule n'est pas valide donnez une interprétation qui ne satisfait pas la formule.

La formule  $A \leftrightarrow B$  est définie comme  $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ . Elle est satisfaite par une interprétation  $a$  si  $a$  satisfait  $A$  et  $B$  ou bien si  $a$  ne satisfait ni  $A$ , ni  $B$ .

1.  $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$
2.  $((q \rightarrow (p \rightarrow r)) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r)))$
3.  $((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow r))$