TD de Logique n° 6

Résolution

Exercice 1 Prouv r qu l s règl s suivant s sont admissibl s dans l systèm G.

1. $$\frac{\Delta \vdash A \lor B; \Gamma}{\Delta \vdash B \lor A; \Gamma}$$

2. $$\frac{\Delta \vdash A \land B; \Gamma}{\Delta \vdash B \land A; \Gamma}$$

3. $$\frac{\Delta \vdash A; \Gamma \quad \Delta \vdash B; \Gamma \quad \Delta; C \vdash \Gamma}{\Delta; A \to B \to C \vdash \Gamma}$$

Exercice 2 Dét rmin r l squ ll s d c s formul s sont n form normal conjonctiv (FNC) ou n form normal disjonctiv (FND) :

1. $(p \lor q) \land (\neg p) \land (\neg r \lor q)$
2. $(r \land s) \lor (p \land \neg p \land s) \lor r$
3. $(r \lor p) \land (\neg (p \lor r)) \land q$
4. $(p \land q) \lor \top \lor (\neg r \land s)$
5. $p \land q \land r$
6. $(r \land \neg p) \lor (p \to q)$
7. $r \lor (\neg q) \lor p$

Exercice 3 M ttr l s formul s suivant s n FND t FNC. On appliqu ra dans un pr mi r t mps l s équival nc s, puis on écrira l s tabl s d vérité pour n déduir l s d ux form s normal s. Compar r l s résultats.

1. $p \to q$
2. $p \land (q \lor r)$
3. $(\neg (p \lor q)) \to (\neg p \lor \neg q)$
4. $(\neg (p \land q)) \to (\neg p \lor \neg q)$
5. (*A faire chez vous*)$(p \to \neg (q \lor r)) \land (\neg (q \land r) \to p)$

Exercice 4 Montr r qu tout formul   st équival nt à un formul   n FND t à un formul   n FNC.

Exercice 5 Montr r par résolution ou par réfutation l s propositions suivant s

1. ` p _ : p
2. (p ! q); p ` q
3. (: q _ r); (: p _ q) ` : p _ r
4. ` ((p ! q) ! p) ! p

Exercice 6 Résolution

1. Pour un ns mbl d claus s Δ cont nant la l ttr propositionn ll p, donn r un ns mbl d claus s Δ' équival nt à ($\bigvee \Delta$) ^ : p n cont nant pas la l ttr p.
2. (A fair ch z vous) Montr r qu pour un claus C, si Δ' ` $C$ alors ou bi n $\Delta$ ` C ou Δ ` C _ p
3. Montr r qu la résolution st complèt pour la réfutation, c' st à dir qu si Δ st insatisfaisabl , alors Δ `$_R$?. On procéd ra par contraposition, t par récurr nc sur l nombr d l ttr s propositionn ll s dans Δ.