

## TD de Logique n° 12

## Calcul des prédicats : Résolution

**Exercice 1 (Résolution)** Montr z n utilisant la résolution qu l s ns mbl s d s claus s suivants sont réfutabl s :

1.  $\{p(x, x), \neg p(y, z) \vee \neg p(z, u) \vee p(u, y), p(a, b), \neg p(b, a)\}$
2.  $\{p(0), \neg p(x) \vee q(s(x)), \neg q(y) \vee p(s(y)), \neg q(s(s(0)))\}$

**Exercice 2 (Résolution)**

1. En utilisant l systèm d pr uv par résolution, montr z qu l' ns mbl d formul s suivant s, où  $a$  st un constant , st insatisfaisabl :

$$\{ \quad \exists z. (q(f(z)) \wedge s(f(z), a)), \\ \forall x. \forall y. \neg \exists z. (p(x, y) \wedge s(x, z)), \\ [q(x) \wedge \exists y. (s(x, y))] \rightarrow [\exists y. (r(y) \wedge p(x, y))] \}$$

2. Montr z, toujours av c la résolution, qu la formul suivant , où  $a$  st un constant , st valid :

$$[\forall x. (p(a) \wedge (p(x) \rightarrow p(f(x))))] \rightarrow [\exists x. p(f(f(x)))]$$

**Exercice 3 (Test d'occurrence, renommage et factorisation)**

(a) **Nécessité du test d'occurrence dans l'unification (*occur check*) :**

- (i) Donn z un modèl d la formul  $(\forall x p(x, x)) \wedge (\forall y \neg p(y, f(y)))$ .
- (ii) Trouv z l' rr ur dans l raisonn m nt suivant :  
En unifiant  $p(x, x)$  av c  $p(y, f(y))$ , on trouv l'unificat ur principal  $\{x/y, y/f(y)\}$ .  
Donc c' st unifiabl , t on obti nt la claus vid par résolution.

(b) **Nécessité du renommage :**

Soit la formul  $\forall x (p(x) \wedge \neg p(f(x)))$ . Sa form clausal st  $\{p(x), \neg p(f(x))\}$ . Trouv z l' rr ur dans l raisonn m nt suivant :

Puisqu'on n p ut pas unifi r  $p(x)$  t  $p(f(x))$  à caus du t st d'occurrence , on n p ut pas déduir la claus vid par résolution à partir d  $\{p(x), \neg p(f(x))\}$  t donc l' ns mbl d formul s st satisfaisabl .

(c) **Nécessité de la factorisation :**

- (i) Qu p ut-on dir d la formul suivant ?

$$[(\forall x p(x)) \vee (\forall x' p(x'))] \wedge [(\forall y \neg p(y)) \vee (\forall y' \neg p(y'))]$$

- (ii) P ut-on, à partir d s d ux claus s  $\{p(x) \vee p(x'), \neg p(y) \vee \neg p(y')\}$ , dériv r la claus vid n utilisant la méthod d résolution sans utilis r la règl d factorisation ?