

## Examen d'algorithmique

Mercredi 4 novembre 2015 10h45–12h45 / Aucun document autorisé

**Mode d'emploi :** Le barème est donné à titre indicatif. La qualité de la rédaction des algorithmes et des explications sera très fortement prise en compte pour la note. On peut toujours supposer une question résolue et passer à la suite. Le Master Theorem est rappelé en annexe.

### Exercice 1 : Dérouter un algorithme (3 points)

On considère l'algorithme ci-dessous :

```
Def P(tableau T, entiers: x, y) :  
  Si (x >= y) Alors :  
    Retourner 0  
  Si (x == y-1) Alors :  
    Retourner T[x]  
  Sinon :  
    m1 = (2*x+y)/3  
    m2 = (x+2*y)/3  
    Retourner P(T,x,m1)+P(T,m2,y)
```

1. Appliquer l'algorithme sur le tableau  $\{1, 5, 7, 8, 9, 19, 10, 8, 51\}$  avec  $x=0$  et  $y=9$  (on suppose que le premier indice du tableau est 0). On précisera tous les appels récursifs effectués et leurs résultats.
2. En déduire l'équation vérifiée par sa complexité  $T(n)$  où  $n$  est le nombre d'éléments dans la zone  $x, \dots, y-1$ .
3. Appliquer le Master Theorem et déduire la complexité de l'algorithme pour un tableau de taille  $n$ .

### Exercice 2 : Application du Master Theorem - 4 points

Donner les bornes asymptotiques obtenues grâce au Master Theorem pour les fonctions suivantes (en supposant qu'elles sont constantes pour  $n \leq 2$ ).

1.  $T(n) = 2 \cdot T\left(\frac{2n}{3}\right) + n$
2.  $T(n) = 2 \cdot T\left(\frac{2n}{3}\right) + n^2$
3.  $T(n) = 2 \cdot T\left(\frac{n}{2}\right) + n$
4.  $T(n) = T\left(\frac{2n}{3}\right) + \log n$

