

# Université de Paris 7

## Calculabilité et complexité – M1

### TD du 5 Octobre 2010 : Machines de Turing suite

**Exercice 1 — Machine de Turing à une bande infinie à droite** On considère le problème suivant. En entrée le mot  $w\$1^n$  avec  $w \in \{a, b\}^*$ . La machine s'arrête avec  $w$  déplacé  $n$  positions vers la gauche.

Décrire aussi précisément que possible comment simuler cette machine sur une machine ayant une bande infinie seulement vers la droite.

**Exercice 2 — Machine de Turing à deux bandes** 1) Montrer comment utiliser une machine de Turing à 2 bandes pour résoudre le problème suivant (on pourra construire son diagramme) :

Etant donné une entrée de la forme  $u\#v$  avec  $u, v \in \{0, 1\}^*$ , déterminer si  $u$  et  $v$  sont égaux.

2) Simuler la machine précédente en commençant par faire “glisser”  $v$  sous  $u$

Exemple : de la configuration

$a$	$b$	$b$	$a$	$\#$	$a$	$a$	$b$	$a$	$a$
-----	-----	-----	-----	------	-----	-----	-----	-----	-----

on passe à la configuration

$a$	$b$	$b$	$a$	
$a$	$a$	$b$	$a$	$a$

3) Soit  $M_1$  une machine de Turing à une bande. Donner une idée de la construction d'une machine de Turing  $M_2$  à deux bandes acceptant toutes les paires de configurations successives de  $M_1$ .

4) Soit  $M_1$  et  $M_2$  deux machines de Turing. Utiliser une machine de Turing  $M_3$  à deux bandes pour montrer qu'il existe une machine de Turing à une bande qui accepte exactement les mots acceptés par  $M_1$  ou par  $M_2$ . Même question où le “ou” précédent est remplacé par “et”.

**Exercice 3 — Mélange de séquences** Une séquence  $w$  appartient au *mélange* de deux séquences  $u$  et  $v$  si  $u$  est une sous-séquence de  $w$  et si  $v$  est le résultat de sa suppression dans  $w$ . Ex :  $u = \underline{abbab}$  et  $v = \overline{bbabab}$  alors  $w = \underline{abbabbbabab}$

On suppose maintenant que les alphabets des séquences  $u$  et  $v$  sont disjoints, disons  $\{0, 1\}$  et  $\{a, b\}$ .

Décrire une machine de Turing dont la 3 bandes contiennent respectivement  $u$ ,  $v$  et une séquence dans le mélange de  $u$  et  $v$ .

Considérer le cas où les séquences  $u$  et  $v$  sont écrites sur le même alphabet (ceci est implicitement une anticipation sur la suite de cours qui introduira la notion de non déterminisme).