

Université de Paris 7
Calculabilité et complexité– M1
TD du 2 Novembre 2010

Pour toutes les affirmations suivantes dire si elles sont vraies ou fausses. Dans le premier cas, le prouver, dans le second donner un contre-exemple.

1. Tout ensemble fini est décidable.
2. Le complémentaire d'un ensemble fini est décidable.
3. Tout ensemble récursivement énumérable est décidable.
4. Si le problème A se réduit au problème B et si A est décidable, alors B est décidable.
5. L'union de deux ensembles récursifs est encore récursive.
6. Le complémentaire d'un ensemble récursivement énumérable est récursivement énumérable.
7. Si $A \subseteq \mathbb{N}$ est récursivement énumérable alors $B = \{n \bmod 13 : n \in A\}$ est décidable.
(*Rappel : on note $n \bmod 13$ l'entier compris entre 0 et 12 qui est le reste de la division euclidienne de n par 13.*)
8. Si $A \subseteq \mathbb{N}$ est récursivement énumérable alors $B = \{n + 1 : n \in A\}$ est récursivement énumérable.
9. Si $A \subseteq \mathbb{N}$ est décidable alors $B = \{n + 1 : n \in A\}$ est décidable.
10. Tous les langages sur un alphabet à une lettre sont décidables.
11. S'il existe une réduction de A à B , alors il existe une réduction de B à A .
12. Il existe des langages A et B , où A est infini et B fini, tels que $A \leq_m B$.
13. Toute fonction $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ telle que $f(n) = 1$ si $n \geq 2009$ est calculable.
14. Il existe des problèmes décidables qui se réduisent au problème de l'arrêt.
15. Si $A \subseteq B$ et B décidable, alors A décidable.
16. Tout langage décidable se réduit au langage $\{0, 1\}$.
17. Si A et B sont des langages indécidables, alors $A \cap B$ est indécidable.
18. Si A et B sont des langages indécidables, alors $A \cup B$ est indécidable.
19. Étant donné un entier n écrit en binaire, on peut calculer la représentation binaire de l'entier 2^n en temps polynomial.
20. Si A est un langage indécidable, alors $^c A$ est indécidable.