

Université de Paris 7
Calculabilité et complexité— M1
TD du 7 Décembre 2010

Exercice 1 — Propriétés de fermeture Montrer que les classes P et NP sont fermées par produit et étoile, c'est-à-dire

$$\begin{aligned} L \in \text{P (resp. } \in \text{NP)} &\Rightarrow L^* = \{u_1 \cdots u_n \mid n \geq 0, u_i \in L\} \in \text{P (resp. } \in \text{NP)} \\ L_1, L_2 \in \text{P (resp. } \in \text{NP)} &\Rightarrow L_1 L_2 = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\} \in \text{P (resp. } \in \text{NP)} \end{aligned}$$

Exercice 2 — Réductions polynomiales (Attention : réduction polynomiale ne signifie pas nécessairement que l'on travaille dans la classe NP).

On considère le problème P_k suivant

ENTRÉE : un graphe orienté $G = (S, A)$ et deux sommets $s, t \in S$.

QUESTION : existe-t'il k chemins distincts de s à t ?

Montrer que P_k se réduit polynomialement à P_1 .

Montrer que ACCESSIBILITE (étant donné un graphe orienté $G = (S, A)$ et deux sommets $s, t \in S$ existe-t'il un chemin s à t ?) se réduit à FORTE CONNEXITE (étant donné un graphe orienté $G = (S, A)$ est-il vrai qu'il existe toujours un chemin d'un sommet x à un autre y ?).

Exercice 3 — FPT Montrer que le problème P_k suivant est polynomial

ENTRÉE : un graphe $G = (S, A)$

QUESTION : existe-t'il une clique de taille k ?

Comment concilier cette remarque avec le fait que le problème CLIQUE est NP-complet ?