

Université de Paris 7
Calculabilité et complexité— M1
TD du 9 Novembre 2010

Exercice 1 — *Enumération et ordre lexicographique* Montrer qu'un langage est décidable si et seulement si ses éléments peuvent être énumérés dans l'ordre lexicographique (rappel : il s'agit de l'ordre qui procède d'abord par longueur, puis pour la même longueur, dans l'ordre du dictionnaire).

Exercice 2 — *Langages r.e. symétriques* Montrer que le problème suivant est indécidable (sans avoir recours au théorème de Rice).

Entrée – Un langage récursivement énumérable $X \subseteq \{0, 1\}^*$.

Problème – A-t-on $X = X^{-1}$ (où X^{-1} contient exactement les mots qui sont images miroir des mots de X , par exemple 011100 est l'image miroir de 001110).

Exercice 3 — *Une condition nécessaire et suffisante de décidabilité*

Soit X et Y deux sous-ensembles récursivement énumérables tels que $X \cup Y = \{0, 1\}^*$. Montrer que X et Y sont décidables si et seulement si $X \cap Y$ est décidable.

Exercice 4 — *Problème de correspondance de Post (PCP)* 1) L'instance suivante admet-elle une solution ?

$$(ab, ababa), (b, a), (aba, b), (aa, a)$$

2) Montrer que le PCP est encore indécidable si l'on suppose que l'alphabet des mots est binaire.