

Université de Paris 7
Calculabilité et complexité— M1
TD du 16 Novembre 2010

Exercice 1 — *Problème de correspondance de Post* Montrer que les problèmes suivants sont indécidables (suggestion : considérer des grammaires linéaires qui codent “naturellement” une instance du problème de Post).

Entrée : une grammaire algébrique \mathcal{G} .

Problème : la grammaire peut-elle engendrer tous les mots, c’est-à-dire $L(\mathcal{G}) = A^*$?

Entrée : deux grammaires algébriques \mathcal{G}_1 et \mathcal{G}_2 .

Problème : a-t-on $L(\mathcal{G}_1) = L(\mathcal{G}_2)$?

Exercice 2 — *Polynomial* Montrer que le problème suivant est dans la classe P.

Entrée : deux automates finis déterministes \mathcal{A} et \mathcal{B} .

Problème : décider s’ils reconnaissent le même langage, c’est-à-dire $L(\mathcal{A}) = L(\mathcal{B})$?

Exercice 3 — *Calcul de l’exponentielle* Décrire une machine de Turing qui possède une bande en lecture seulement qui contient l’entrée et deux bandes de travail. La bande de lecture contient au départ $\#1^n$. À la fin du calcul l’une des deux bandes de calcul contient $\#1^{2^n}$. On veut de plus que le temps de calcul soit en $O(2^n)$.

Exercice 4 — *Compteur* On considère une machine de Turing à une bande infinie à droite et possédant un marqueur sur la première cellule et qui imprime successivement tous les entiers les représentations binaires des entiers. Montrer que l’impression de l’ensemble des entiers dont la représentation est de longueur au plus n peut se faire en temps $O(2^n)$.