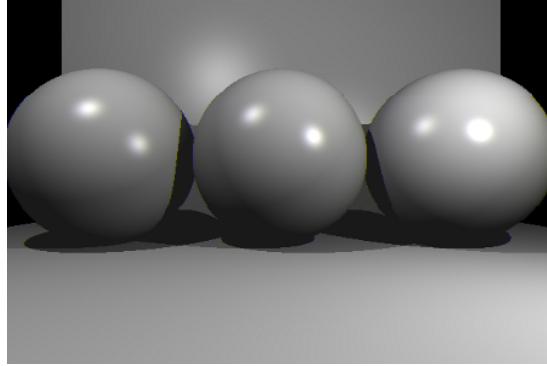


# Infographie - M1

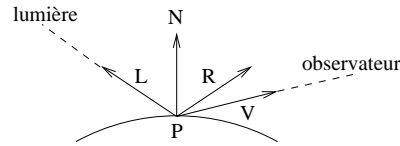
## Chapitre 7 - Illumination et ombrage

V.Padovani

Equipe Preuves, Programmes et Systèmes, Université Paris 7



### 1 Illumination d'un point d'une surface



Etant donné une surface, un point  $P$  de cette surface, une source lumineuse et un observateur, l'intensité lumineuse apparente du point  $P$  pour l'observateur est donnée empiriquement par :

$$I = I_a k_a + \frac{I_l}{1 + d_l} \times (k_d \cos \theta + k_s \cos^n \alpha) \quad \text{où} \quad \theta = \widehat{\vec{N} \vec{L}}, \quad \alpha = \widehat{\vec{R} \vec{V}}$$

$$= I_a k_a + \frac{I_l}{1 + d_l} \times \left( k_d (\vec{N} \cdot \vec{L}) + k_s (\vec{R} \cdot \vec{V})^n \right)$$

où les vecteurs sont tous normalisés, et où les significations et des valeurs par défaut des constantes et des vecteurs sont données dans le tableau suivant. Les valeurs indiquées sont celles ayant servi pour le calcul de l'image ci-dessus.

$\vec{N}$	vecteur normal à la surface en $P$	
$\vec{L}$	direction de la source lumineuse depuis $P$	
$\vec{V}$	direction de l'observateur depuis $P$	
$\vec{R}$	reflexion de $-\vec{L}$ en $P$ , soit $-\vec{L} + 2(\vec{L} \cdot \vec{N}) \times \vec{N}$	
$I_a$	intensité ambiante	0.10025
$k_a$	coeff. de réflexion ambiante de la surface	0.8
$I_l$	intensité de la source lumineuse	0.6
$d_l$	distance entre $P$ et la source lumineuse	
$k_d$	coeff. de réflexion diffuse de la surface	0.8
$k_s$	coeff. de réflexion spéculaire de la surface	0.8
$n$	exposant de la réflexion spéculaire	40

S'il y a plusieurs sources lumineuses, numérotées de 1 à  $m$ , on peut prendre pour intensité lumineuse apparente au point  $P$  :

$$I = I_a k_a + \sum_{j=1}^m \delta_j I_j$$

où chaque  $I_j$  est le second membre de la formule donnant l'intensité apparente en  $P$  relativement à la source  $n^o j$ , et où  $\delta_j$  vaut 1 si la source  $n^o j$  est vue par le point  $P$  (c'est-à-dire si aucun objet n'est intercalé entre  $P$  et cette source), 0 sinon. Voici l'interprétation de ce calcul.

- On considère que chaque source lumineuse émet de la lumière dans toutes les directions, mais qu'elle ne traverse pas bien sûr les objets opaques. On souhaite cependant que le point  $P$ , lorsqu'il n'est vu par aucune des sources, ait tout de même une intensité lumineuse minimale  $I_a$  - l'intensité *ambiante* - pondérée par un coefficient dépendant de la texture de sa surface - le *coefficient de réflexion ambiante*  $k_a$ .
- L'intensité lumineuse  $I_l$  émise par une source et reçue en  $P$  décroît avec la distance  $d_l$ , d'où la division de  $I_l$  par  $1 + d_l$  (l'ajout de 1 permet d'éviter que faire croître cette intensité lorsque la lumière est très proche de  $P$ ). Il serait physiquement plus réaliste de diviser  $I_l$  par  $1 + d_l^2$ , mais cette formule ne donne pas visuellement de bons résultats. On pourrait aussi prendre  $1 + c_1 \times d_l + c_2 \times d_l^2$ , en ajustant la valeur de deux constantes  $c_1, c_2$ .
- Même si l'objet est totalement mat, une partie de la lumière reçue en  $P$  est réémise vers l'observateur. Cette réflexion est appelée *réflexion diffuse*. Plus l'angle entre la normale  $\vec{N}$  en  $P$  et le vecteur  $\vec{L}$  allant de  $P$  vers la source lumineuse est réduit, plus cette quantité de lumière réémise est importante. Cette part d'intensité lumineuse renvoyée vers l'observateur correspond au terme  $k_d \cos \theta$  dans la formule.
- Enfin, si l'objet est semi-réfléchissant, l'observateur voit en  $P$  le reflet, éventuellement atténué, de la source lumineuse. Le point  $P$  devient lui-même, pour l'observateur, une source de lumière indirecte. Plus l'angle entre la réflexion de  $\vec{L}$  en  $P$  et le vecteur  $\vec{V}$  allant de  $P$  vers l'observateur

est réduit, et plus la quantité de lumière émise par cette source indirecte et reçue par l'observateur est importante.

Cette part d'intensité lumineuse correspond au terme  $k_s \cos^n \alpha$  dans la formule : le reflet de la source lumineuse est vue comme une tache, centrée en le point (ou les points)  $P$  de la surface tel que la réflexion de  $\vec{L}$  en  $P$  aille directement vers l'observateur. La taille de cette tache est d'autant plus réduite que  $n$  est grand.

Ce modèle n'est pas totalement réaliste : on ne tient pas compte de l'illumination indirecte de  $P$ , c'est-à-dire de l'intensité lumineuse reçue en  $P$  après rebond sur une ou plusieurs autres surfaces de la lumière émise par les sources. Il peut cependant donner de très bons résultats.

## 2 Ombrage de Gouraud

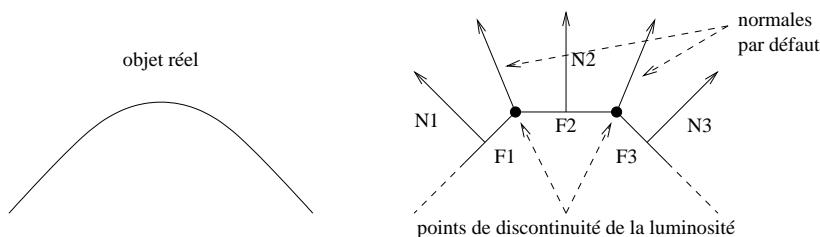
le but de l'ombrage de Gouraud est de calculer l'illumination d'un polyèdre modélisant un objet de surface lisse, en atténuant l'effet de discontinuité de l'intensité lumineuse aux jonctions des différentes faces.

La méthode de Gouraud est en fait une simple extension de la méthode de remplissage d'un polygone par *ligne de balayage*. Les polygones rendus sont les vues de chacune des faces visibles du polyèdre, remplis en niveaux de gris.

La méthode suppose de se donner d'abord un moyen de calculer l'intensité lumineuse apparente des sommets du polyèdre.

### 2.1 Normale aux sommets d'un polyèdre

Dans le diagramme ci-dessous, trois faces  $F_1$ ,  $F_2$  et  $F_3$  d'un polyèdre modélisant une surface courbe sont représentées de profil, avec leurs normales  $\vec{N}_1$ ,  $\vec{N}_2$ ,  $\vec{N}_3$ . On suppose toutes les normales unitaires,



La normale à la surface en chaque point intérieur à  $F_i$  est bien sûr  $\vec{N}_i$ . Par contre, si un point se trouve à la jonction de plusieurs faces, la normale en ce point est formellement indéfinie (on ne peut pas construire en ce point un plan tangent à la surface). On peut cependant munir ce point d'une normale par défaut, égale à la somme normalisée des normales aux faces auxquelles appartient ce point :

Si  $P$  appartient à  $F_1, \dots, F_n$ , de normales  $\vec{N}_1, \dots, \vec{N}_n$ , la normale en  $P$  est définie comme :

$$\frac{1}{\|\sum_{i=1}^n \vec{N}_i\|} \times (\sum_{i=1}^n \vec{N}_i)$$

A noter que si et si  $P$  n'appartient qu'à une seule face, cette formule donne bien comme normale en  $P$  la normale à cette face.

Cette définition permet en particulier de munir chaque sommet du polyèdre d'une normale, donc de calculer par la méthode précédente, relativement à un observateur et une ou plusieurs sources de lumière, une intensité lumineuse en chacun des sommets du polyèdre.

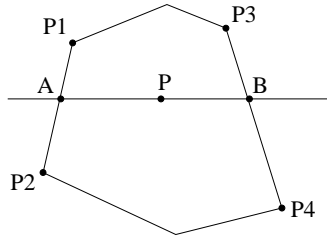
## 2.2 Interpolation des intensités entre sommets

On considère à présent l'un des polygones obtenu par projection d'une face visible du polyèdre sur un plan. La méthode décrite ci-dessous suppose que ce polygone est convexe (dans le cas général, une face non convexe du polyèdre devra donc être décomposée en composantes convexes). Chaque sommet du polygone est la projection d'un sommet du polyèdre et est donc déjà associé à une intensité lumineuse.

Comme dans l'algorithme de remplissage usuel, le plan de projection est balayé par une ligne horizontale parcourant les ordonnées entières. Le problème est ici de déterminer, pour chaque ordonnée de la ligne de balayage, l'intensité de chaque point de cette ligne d'abscisse entière et intérieur au polygone, de manière à afficher le niveau de gris correspondant.

### 2.2.1 Calcul direct de l'intensité

Le polygone est supposé convexe, donc, pour une ordonnée donnée, si la ligne de balayage intersecte le polygone, alors elle le traverse exactement en deux bords, notés  $[P_1, P_2]$  et  $[P_3, P_4]$ . On note  $I_1, I_2, I_3$  et  $I_4$  les intensités de  $P_1, P_2, P_3$  et  $P_4$ . Soient  $A$  et  $B$  les intersections de la ligne de balayage avec  $[P_1, P_2]$  et  $[P_3, P_4]$ , et soit  $P$  un point de  $[A, B]$ .



Voici les contraintes déterminant, selon la méthode de Gouraud, l'intensité lumineuse  $I$  au point  $P$  :

- L'intensité entre  $P_1$  et  $P_2$  doit varier linéairement de  $I_1$  à  $I_2$ .

- L'intensité entre  $P3$  et  $P4$  doit varier linéairement de  $I_1$  à  $I_2$ .

- Soient  $I_A$  et  $I_B$  les intensités aux points  $A$  et  $B$ ,

L'intensité entre  $A$  et  $B$  doit varier linéairement de  $I_A$  à  $I_B$ .

Donc, pour  $P_i = (x_i, y_i)$ , si la ligne de balayage a pour ordonnée  $y$  et si  $A = (x_A, y)$ ,  $B = (x_B, y)$  et  $P = (x, y)$ , on doit avoir :

$$I_A = \left( \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} \right) \times I_1 + \left( \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \right) \times I_2$$

$$I_B = \left( \frac{y_3 - y}{y_4 - y_3} \right) \times I_1 + \left( \frac{y - y_3}{y_4 - y_3} \right) \times I_2$$

$$I = \left( \frac{x_B - x}{x_B - x_A} \right) \times I_A + \left( \frac{x - x_A}{x_B - x_A} \right) \times I_B$$

### 2.2.2 Calcul par variation

Autre méthode pour calculer l'intensité en  $P$ , moins précise mais moins coûteuse en calculs : au lieu de recalculer pour chaque nouvelle abscisse ou chaque nouvelle ordonnée les intensités par les formules ci-dessus, on effectue simplement leurs mises à jour en effectuant les incréments nécessaires.

- Pour  $I_A$ ,  $I_B$  calculés à une ordonnée donnée, les intensités aux points d'intersection de la ligne d'ordonnée suivante sont :

$$I_A = I_A + \delta_{12} \quad \text{avec} \quad \delta_{12} = \frac{I_2 - I_1}{y_2 - y_1}$$

$$I_B = I_B + \delta_{34} \quad \text{avec} \quad \delta_{34} = \frac{I_4 - I_3}{y_4 - y_3}$$

Là encore,  $\delta_{12}$  ou  $\delta_{34}$  ne doivent être recalculés que lorsque la ligne de balayage atteint la fin d'un segment et le début d'un nouveau.

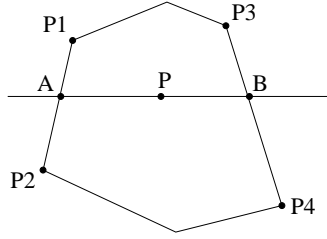
- Pour  $I$  calculé à une abscisse donnée, l'intensité au point d'abscisse suivante est :

$$I = I + \delta \quad \text{avec} \quad \delta = \frac{I_A - I_B}{x_A - x_B}$$

Noter que l'incrément  $\delta$  doit être recalculé à chaque changement d'ordonnée de la ligne de balayage.

## 3 Ombrage de Phong

La méthode d'ombrage de Phong a également pour but d'atténuer l'effet de discontinuité de l'intensité lumineuse aux jonctions des différentes faces d'un polyèdre, mais elle est basée sur une interpolation des *normales* plutôt que des intensités. Le calcul d'interpolation effectué dans l'algorithme de Gouraud est transposé aux normales:



Pour chaque point  $Q$  de la figure ci-dessus, on note  $Q$  le point de l'espace 3D dont  $Q$  est la projection. On suppose calculées les normales par défaut  $\vec{N}_1, \vec{N}_2, \vec{N}_3, \vec{N}_4$  respectivement en  $P_1, P_2, P_3, P_4$ . En reprenant les formules utilisées pour calculer les intensités lumineuses en  $A, B, P$ , on considère les points  $A, B, P$  dont les coordonnées sont :

$$A = \left( \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} \right) \times P_1 + \left( \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \right) \times P_2$$

$$B = \left( \frac{y_4 - y}{y_4 - y_3} \right) \times P_3 + \left( \frac{y - y_3}{y_4 - y_3} \right) \times P_4$$

$$P = \left( \frac{x_B - x}{x_B - x_A} \right) \times A + \left( \frac{x - x_A}{x_B - x_A} \right) \times B$$

on calcule ensuite les normales:

$$\vec{N}_A = \left( \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} \right) \times \vec{N}_1 + \left( \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \right) \times \vec{N}_2$$

$$\vec{N}_B = \left( \frac{y_4 - y}{y_4 - y_3} \right) \times \vec{N}_3 + \left( \frac{y - y_3}{y_4 - y_3} \right) \times \vec{N}_4$$

$$\vec{N}_P = \left( \frac{x_B - x}{x_B - x_A} \right) \times \vec{N}_A + \left( \frac{x - x_A}{x_B - x_A} \right) \times \vec{N}_B$$

L'intensité en  $P$  est alors obtenue en calculant, avec le modèle d'illumination utilisé, l'intensité en  $P$  relativement à la normale  $\vec{N}_P$ .

