

# M1 - Infographie

## TD 2

Dans les questions qui suivent, on considère comme des primitives toutes les opérations et constantes mathématiques de base ( $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\pi$ ,  $\lfloor \rfloor$ ,  $\wedge$ ,  $\cdot$ , application d'une matrice de rotation, de translation, de changement d'échelle, etc).

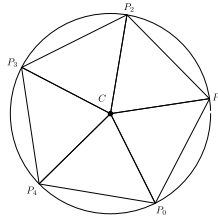
### Exercice 1

Un cube peut bien sûr être décrit, de manière très inefficace, par la liste complète de ses sommets et arêtes. Quelle est, selon vous, l'information minimale permettant de stocker un cube en mémoire ?

### Exercice 2

Un polygone  $P_0, \dots, P_{n-1}, (P_n = P_0)$  en 2D sera dit *régulier* si:

- il existe un cercle de centre  $C$  contenant ses sommets, et,
- les angles  $\theta_i = (\vec{CP_i}, \vec{CP_{i+1}})$  sont deux à deux égaux.



1. Donner un algorithme permettant, à partir d'un entier  $n$ , de calculer la liste des sommets du polygone régulier à  $n$  côtés, centré en l'origine  $(0,0)$  et contenant le sommet  $(1,0)$ .
2. Montrer comment généraliser cet algorithme au cas d'un polygone régulier à  $n$  côtés, centré en un point  $C$  quelconque et contenant un sommet  $P$  quelconque.
3. Donner un algorithme à la fois simple et correcte permettant de déterminer si un polygone est régulier.

### Exercice 3

(1) Soit  $P$  un polygone du plan de sommets  $P_0, \dots, P_{n-1}$ . Donner un algorithme détaillé, *linéaire en  $n$* , déterminant si  $P$  est convexe. La linéarité est indispensable.

(2) Soit  $P$  un polygone de l'espace de sommets  $P_0, \dots, P_{n-1}$ . Donner un algorithme détaillé *linéaire en  $n$*  déterminant si  $P$  est convexe. Là encore, la linéarité est indispensable.

### Exercice 4

(1) Proposer un test le plus simple possible permettant de déterminer, étant un donné un polygone convexe  $P$  du plan et un point  $M$ , si  $M$  est intérieur à  $P$ . Ce test pourra être utilisé dans les deux questions qui suivent.

(2) Soit  $P$  un polygone convexe de l'espace, et soit  $[AB]$  un segment. Si  $[AB]$  n'est pas parallèle  $P$ , l'intersection de  $[AB]$  et de la surface de  $P$  est clairement ou bien vide, ou bien réduite à un point.

Donner un algorithme qui, à partir de la donnée des sommets de  $P$  et de  $[AB]$ : (a) détermine si  $[AB]$  et  $P$  ne sont pas parallèles; (b) dans ce cas, détermine si  $[AB]$  est la surface de  $P$  s'intersectent; (c) dans ce cas, renvoie le point d'intersection. Les étapes (b) et (c) pourront être partiellement superposées. Précisez la complexité du traitement.

(3) Soit  $P, P'$  deux polygones convexes de l'espace non parallèles. Donner graphiquement un inventaire complet des formes d'intersections possibles de ces deux surfaces.

Donner un algorithme qui, à partir de la donnée des sommets de  $P, P'$  : (a) détermine si  $P, P'$  ne sont pas parallèles; (b) dans ce cas, détermine s'ils s'intersectent; (c) dans ce cas, détermine la forme de cette intersection, et renvoie la description adéquate de celle-ci. Là encore, les étapes (b) et (c) pourront être partiellement superposées. Précisez à nouveau la complexité du traitement.

### Exercice 5

Cet exercice est plutôt difficile. On admettra qu'étant donné trois points du plan distincts, non alignés, il existe un unique cercle passant par ces trois points.

Soit  $\mathcal{P}$  un ensemble fini et non vide de points du plan. Appelons *enveloppe circulaire* de  $\mathcal{P}$  le plus petit cercle  $\mathcal{C}$  tel que chaque point de  $\mathcal{P}$  soit intérieur à  $\mathcal{C}$ . Démontrer l'unicité de  $\mathcal{C}$ . Trouver un algorithme permettant de calculer le centre et le rayon de  $\mathcal{C}$  à partir de  $\mathcal{P}$ .