

## Infographie - M1 / Examen du 24/06/2011

2h30 - Notes de cours et de TD autorisées.

Les constantes et opérations usuelles ( $\pi$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ , produit vectoriel  $\wedge$ , produit scalaire  $\cdot$ , produit croisé  $\times$ , etc) et les algorithmes vus en cours sont donnés. Tous les autres traitements (e.g. calculs d'intersections) devront être décrits suffisamment en détail pour être implémentables sans aucune réflexion supplémentaire (i.e. la simple description géométrique d'un traitement n'est pas suffisante), éventuellement de manière structurée (étapes numérotées, conditionnelles, itérations, piles, listes, tableaux).

### Exercice 1

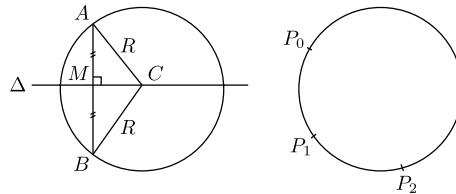
Soit  $\Pi$  le plan de l'espace d'équation  $z = 0$ . Soient  $d, L, H$  trois réels positifs non nuls. On place un observateur  $A = (0, 0, -d)$ . Pour chaque entier  $i \in \mathbb{N}$ , on pose :

$$M_i = \begin{pmatrix} L \\ H \\ i \end{pmatrix} \quad P_i = \begin{pmatrix} -L \\ H \\ i \end{pmatrix}$$

A partir de  $d, L, H$ , exprimer en fonction de  $i$  la longueur de la vue en perspective du segment  $[M_i P_i]$ , relativement à  $A$  et  $\Pi$ .

### Exercice 2

Certains logiciels de dessin 2D permettent de dessiner le cercle passant par trois points non alignés quelconques. On s'intéresse ici à la manière dont le centre de ce cercle peut être trouvé à partir de la donnée des trois points.



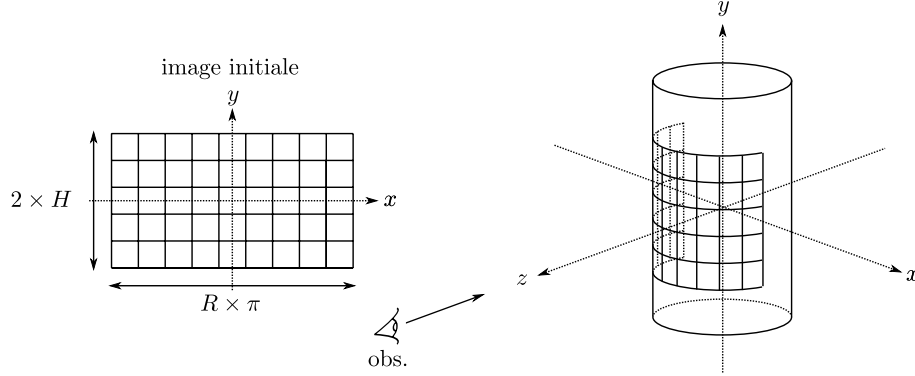
Dans les deux questions qui suivent on se place, bien sûr, dans le plan.

**Question 2.1** Soit  $M$  le milieu de  $[AB]$ . Soit  $\Delta$  la droite passant par  $M$  et perpendiculaire à  $[AB]$ . Démontrer que pour tout cercle de centre  $C$ , de rayon  $R$  et contenant les points  $A$  et  $B$ , la droite  $\Delta$  passe par  $C$ .

**Question 2.2** A partir de la question précédente, donner un algorithme qui, à partir de la donnée trois points du plan  $P_0, P_1, P_2$  distincts : (1) détermine si ces trois points sont non alignés ; (2) lorsqu'ils ne sont pas alignés, renvoie le centre du cercle contenant ces trois points. Détaillez soigneusement vos calculs.

### Exercice 3

On considère une image de hauteur  $2 \times H$ , de largeur au plus  $\pi \times R$ , centrée à l'origine. On souhaite afficher cette image comme si elle était vue dans l'espace par un observateur placé infiniment loin vers les  $z$  positifs, l'image étant imprimée sur un cylindre de rayon  $R$  et d'axe  $(Oy)$ , le centre de l'image étant sur l'axe des  $z$  et ses bords verticaux étant parallèles à l'axe des  $y$ , comme ci-dessous :



Noter que dans le plan, les coordonnées des pixels de l'image sont dans l'intervalle  $[-R \times \pi/2, +R \times \pi/2] \times [-H, +H]$ . Chaque coordonnée  $(x, y)$  dans les limites de l'image est transformée en une certaine coordonnée  $(x, y, z)$  sur le cylindre.

Exprimer  $(x, y, z)$  en fonction de  $(x, y)$ . Justifiez soigneusement votre réponse, éventuellement à l'aide de diagrammes.

### Exercice 4

On considère l'algorithme de la ligne de balayage, tel qu'il a été présenté dans le cours n°4 : polygone  $P$  d'arêtes  $A_0, \dots, A_{n-1}$ , image de hauteur  $H$ , tableau statique  $T$ , liste dynamique  $\mathcal{L}$ , entrées de la forme  $(x, \delta, h)$ .

En modifiant éventuellement le type des entrées (*e.g.* par ajout d'une ou plusieurs composantes), et bien sûr, en ajoutant des étapes à l'algorithme, cherchez un moyen d'extraire durant le balayage un découpage de  $P$  en composantes convexes.

Vous pouvez supposer que vous disposez d'une mémoire illimitée, mais votre traitement ne devra pas avoir une complexité plus grande que le balayage lui-même.

Une fois votre méthode au point, présentez-la de manière détaillée.