

Infographie - M1

Examen du 18/05/2009

3h - Notes de cours et TD autorisées.

Les algorithmes demandés doivent être rédigés avec le même niveau de détail que ceux vus en cours : les opérations et constantes mathématiques de base (\sin , \cos , π , $\lfloor \cdot \rfloor$, \wedge , \cdot , etc) sont données, mais tous les autres calculs et traitements à effectuer (e.g. calculs d'intersections) doivent être décrits en détail, éventuellement de manière structurée (étapes numérotées, conditionnelles, itérations). Vous pouvez supposer que vous disposez de piles, listes et tableaux.

La correction tiendra compte de la clarté et de la précision de vos solutions. Inutile de descendre jusqu'au pseudo-code, mais vos algorithmes doivent être implémentables sans aucune réflexion supplémentaire.

Exercice 1 - Perspective

Soit $d > 0$. Soit $T_d : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ définie par

$$T_d(x, y, z) = \frac{1}{z/d + 1} \times (x, y)$$

Montrer que pour tout point M , $T_d(M)$ est égal aux coordonnées dans le repère local ($O, \vec{u} = (1, 0, 0), \vec{v} = (0, 1, 0)$) de la vue en perspective de M relativement à l'observateur $A = (0, 0, -d)$ et au plan Π contenant les points $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$. Caractériser l'ensemble des points M pour lesquels $T_d(M)$ est indéfini.

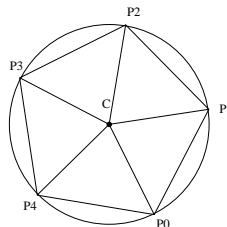
Exercice 2 - Modélisation

Un cube peut bien sûr être décrit, de manière très inefficace, par la liste complète de ses sommets et arêtes. Quelle est, selon vous, l'information minimale permettant de stocker un cube en mémoire ? Donner un algorithme permettant de retrouver à partir de cette information minimale la liste de sommets du cube.

Exercice 3 - Polygones réguliers

Un polygone P_0, \dots, P_{n-1} en 2D sera dit *régulier* si:

- il existe un cercle de centre C contenant ses sommets, et,
- les angles $\theta_i = (P_i, C, P_{i+1 \bmod n})$ sont deux à deux égaux.

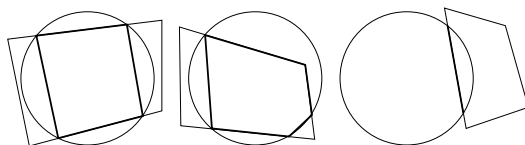


1. Donner un algorithme permettant, à partir d'un entier n , de calculer la liste des sommets du polygone régulier à n côtés, centré en l'origine $(0, 0)$ et contenant le sommet $(1, 0)$.

2. Généraliser cet algorithme au cas d'un polygone régulier à n côtés, centré en un point C quelconque et contenant un sommet P quelconque.
3. Donner un algorithme à la fois efficace et correcte permettant de déterminer si un polygone est régulier.

Exercice 4 - Fenêtrage

On considère, en 2D, un polygone $\mathcal{P} = P_0, \dots, P_{n-1}$ et un cercle \mathcal{C} de centre C et de rayon R . Soit $\mathcal{Q} = Q_1, \dots, Q_{m-1}$ le polygone (éventuellement dégénéré, c'est-à-dire contenant moins de 3 sommets) obtenu par fenêtrage de \mathcal{P} par le cercle \mathcal{C} , en remplaçant les arcs par des segments.



Noter que \mathcal{Q} est formé de tous les sommets de \mathcal{P} intérieurs au cercle et de toutes les intersections d'arêtes de \mathcal{P} et du cercle (0, 1 ou 2 points d'intersection pour chaque arête).

Donner un algorithme permettant de calculer \mathcal{Q} à partir de la donnée de \mathcal{P} et du centre C et du rayon R du cercle.

Exercice 5 - Ray-tracing

Dans l'implémentation du Ray-tracing, on implémente en général le calcul exact du point d'impact d'un rayon sur une sphère. Un problème plus simple consiste à déterminer si ce point d'impact existe, sans le calculer. Trouver et écrire un algorithme réalisant ce test pour un rayon d'origine M et de direction \vec{u} , et une sphère \mathcal{S} de centre C et de rayon R . Le choix de la méthode est libre, mais elle doit être réellement plus simple que celle vue en cours - le moins de calculs possible, et une simple réponse oui/non.

Exercice 6 - Casse-tête final

Cet exercice, assez difficile, ne doit être abordé que si vous avez traité tout ce qui précède. Par "polygone", on entend en général implicitement un polygone *bien formé*, c'est-à-dire : dont les sommets sont deux-à-deux distincts; dont chaque sommet n'appartient qu'à deux arêtes; dont les arêtes ne s'intersectent qu'aux sommets. Appelons *polygone mal formé* un polygone ne satisfaisant pas l'une de ces conditions. Sans aller jusqu'à donner l'algorithme associé, proposer une méthode la plus générale possible permettant de scinder un tel polygone composantes bien formées,