

TD de *Sémanti ue des langages de programmation* n° 7

Ordres de reduction

Rappel: Etant donné un signatur Σ , un ordre partiel \succ_Σ ntr l s symbol s d Σ , t un *statut* qui st soit LEX soit MUL pour l s symbol s n-air s d Σ , on définit l'odr d r duction RPO (R cursiv Path Ord ring) sur Σ comm suit

$$\frac{\exists i (s_i \succ_{rpo} t \text{ or } s_i = t)}{f(s_1, \dots, s_n) \succ_{rpo} t} [1]$$

$$\frac{f \succ_\Sigma g \text{ and } \forall j s \succ_{rpo} t_j}{s = f(s_1, \dots, s_n) \succ_{rpo} g(t_1, \dots, t_m)} [2.a]$$

$$\frac{f \sim_\Sigma g \in \Sigma_{MUL} \text{ and } \{\{s_1, \dots, s_n\} (\succ_{rpo})_{mul} \{t_1, \dots, t_m\}\}}{s = f(s_1, \dots, s_n) \succ_{rpo} g(t_1, \dots, t_m) = t} [2.b]$$

$$\frac{f \sim_\Sigma g \in \Sigma_{LEX} \text{ and } (s_1, \dots, s_n) (\succ_{rpo})_{lex} (t_1, \dots, t_m) \text{ and } \forall j s \succ_{rpo} t_j}{s = f(s_1, \dots, s_n) \succ_{rpo} g(t_1, \dots, t_m) = t} [2.c]$$

Exercice 1 (RPO st transitif) Prouv r qu la r lation RPO st transitiv .

Terminaison

Exercice 2 Montr z form ll m nt n utilisant RPO qu l s systèm s d réécriture suivants t rmin nt

1.

$$S_1 = \{f(a, x) \rightarrow g(x); f(a, x) \rightarrow h(x, x)\}$$

sur la signatur $\{a/0, g/1, f/2, h/2\}$

2. (Distributivité)

$$S_2 = \{(x + y) \cdot z \rightarrow (x \cdot z) + (y \cdot z)\}$$

sur la signatur $\Sigma = \{a/0, b/0, \cdot/2, +/2\}$

3. (Associativité)

$$S_3 = \{(x \cdot y) \cdot z \rightarrow x \cdot (y \cdot z)\}$$

sur la signatur $\Sigma = \{a/0, b/0, \cdot/2\}$