

## Examen Théorie et pratique de la concurrence

Mardi 29 juin 2010 (session 2)  
Notes de cours et polycopié autorisés

### Exercice 1 : Algorithme concurrent et diagramme d'états - 4 points

On considère les deux processus P1 et P2 décrits à la figure 1.

```
int A := 1, B := 10    // variables partagées

-- Processus P1          -- Processus P2
p1: if (A >= 2) :        q1: A := A + 1
p2:   B := B + 2         q2: B := B + 1
p3: await (B > 10)       q3: await (A <= 1)
p4: A := A - 1           q4: B := B * 2
p5: end                  q5: end
```

FIGURE 1 – Algorithme de l'exercice 1

1. Dessiner le diagramme d'états de cet algorithme.
2. Est-ce que les formules LTL suivantes sont vérifiées par les exécutions (équitables) partant de l'état initial (p1,q1,A=1,B=10) : (justifier vos réponses)
  - $\Diamond (p5 \wedge q5)$
  - $(\Box \neg p2) \Rightarrow (\Diamond (B \leq 24))$

### Problème : CCS et Réseaux de Petri - 6 points

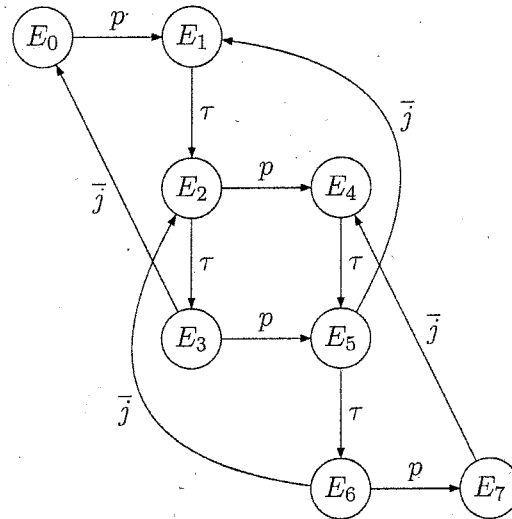
Dans cet exercice, on considère une suite de  $n$  pompiers qui font la chaîne pour éteindre un incendie en se passant des seaux. Chaque pompier ne peut tenir qu'un seau à la fois : si il a

1. Dessiner les systèmes de transitions de ces deux pompiers, ainsi que le système de transitions  $\mathcal{T}_2$  associé au processus  $(P_1 \parallel P_2) \setminus \{p_{1,2}\}$ .
2. On considère maintenant trois pompiers :

$$P_1 \stackrel{\text{def}}{=} p \cdot \overline{p_{1,2}} P_1 \quad P_2 \stackrel{\text{def}}{=} p_{1,2} \cdot \overline{p_{2,3}} P_2 \quad P_3 \stackrel{\text{def}}{=} p_{2,3} \cdot \overline{j} P_3$$

et le système de transitions  $\mathcal{T}_3$  associé au processus  $(P_1 \parallel P_2 \parallel P_3) \setminus K$ , pour  $K = \{p_{1,2}, p_{2,3}\}$ .

Montrer que le processus  $(P_1 \parallel P_2 \parallel P_3) \setminus K$  est bisimilaire à  $E_0$  dans le système de transitions  $\mathcal{T}_3'$  suivant :



3. Comment peut-on exprimer en LTL la propriété suivante :  
*Lorsqu'un seau est en circulation, de l'eau finira par être jetée sur le feu.*

On supposera disposer d'une proposition **prendre-seau** correspondant à la prise d'un seau depuis le camion, et d'une proposition **jeter-seau** correspondant au fait de jeter un seau sur le feu.

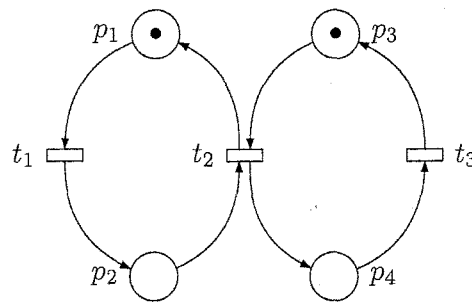
Le système vérifie-t-il cette propriété ? (Justifier brièvement la réponse).

4. Dans cette question on s'intéresse à des pompiers maladroits... On suppose d'abord que chaque pompier peut renverser son seau (c.-à-d. le perdre). Ecrire le terme CCS  $P'_i$  correspondant à ce pompier "maladroit".

Est-ce que la propriété de la question précédente est toujours vraie ?

Ecrire le terme CCS  $P''_i$  correspondant à un pompier "un peu maladroit" qui peut perdre son seau au plus une fois. Combien faut-il mettre de seaux en circulation pour garantir qu'au moins 10 seaux seront jetés sur le feu lorsque  $n$  pompiers "un peu maladroits" font la chaîne ?

5. On considère le réseau de Petri suivant  $\mathcal{N}_2$  :



Expliquer comment  $\mathcal{N}_2$  peut s'interpréter comme deux pompiers se passant un seau. Donner la correspondance entre les transitions et les actions des processus précédents.

Dessiner le graphe des marquages associé (en partant du marquage initial indiqué). Comment faut-il modifier les étiquettes du système de transitions obtenu pour qu'il soit bis-

miltaire (fortement) à  $\mathcal{T}_2$ ?

6. Dessiner un réseau de Petri  $\mathcal{N}_3$  pour trois pompiers.

## Exercice 2 : CCS – 7 points (3/1/1/2)

1. Construire les équations de transitions liant les réseaux CCS suivants :

$$- P_1 \stackrel{\text{def}}{=} a \cdot (a \cdot P_1 + b \cdot P_1)$$

$$- P_2 \stackrel{\text{def}}{=} \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot P_2$$

$$- P_3 \stackrel{\text{def}}{=} (P_1 \parallel P_2)$$

$$P \stackrel{\text{def}}{=} P \setminus \{a\}$$

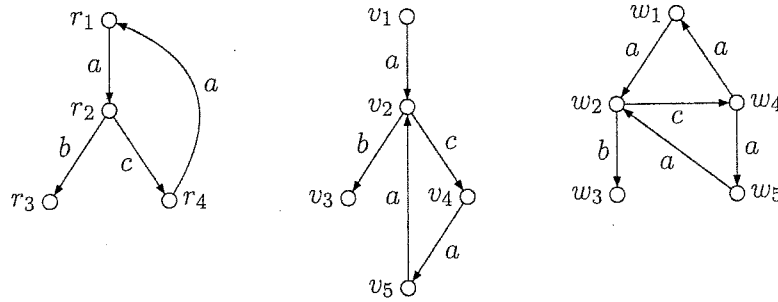


FIGURE 3 – Systèmes de transitions des questions 3 et 4 (b)

4. On considère les formules HML suivantes :

- $\langle a \rangle [a] \perp$
- $[a] \langle b \rangle \langle c \rangle \top$
- $[a] [b] \perp$
- $[a] ([b] \perp \vee [c] \perp)$

Pour chacune d'elle, expliquer si elle est vraie pour les états  $q_1$ ,  $t_1$  et  $s_1$  de la figure 2.

5. Donner une formule de HML qui est vraie en  $t_1$  mais fausse en  $q_1$  et en  $s_1$ .

### Exercice 3 : Algorithme de la Boulangerie – 4 points

Montrer que les numéros utilisés par l'algorithme de la Boulangerie ne sont pas bornés.  
Donner un exemple.